ՍՈՒՐԵՆ ԻՍԿԱՆԴԱՐՅԱՆ
ՍՎԵՏԼԱՆԱ ԻՍԿԱՆԴԱՐՅԱՆ

ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐՈՒՄ ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՆ

Ուսումնամեթոդական ձեռնարկ

գրավոր կատարման [illegible]
ման բանավոր հաշվումներ կատարելու նրանց կարողությունը:

Տարրական դասարաններում շատ կարևոր է աշակերտների մեջ ճիշտ ձևավորել ուսուցվող հասկացությունները, իմանալով, որ դրանց սկզբնական ձևավորումն ավելի կայուն է լինում, քան նորից կրկնելը, նո- րից սովորելը: Այդ նպատակով պետք է կազմել հատուկ առաջադրանք- ներ, որոնց կատարումը կնպաստի ուսուցվող հասկացության լավ յու- րացմանը: Այսպես, օրինակ՝ բազմապատկման գործողության իմաստը յուրացնելու համար առաջադրանք կազմելիս պետք է հաշվի առնել այդ հասկացության էական և ոչ էական հատկանիշները:

Էական են. արտադրյալը գումար է, գումարելիներն իրար հավա- սար են:

Ոչ էական են. գումարելիների քանակը, ինչպիսի՞ թվեր են այդ գու- մարելիները (միանիշ, երկնիշ...):

Կարելի է առաջադրել այսպիսի առաջադրանքներ.

1. Վանդակը փոխարինի՛ր թվով, որ գրառումը ճիշտ լինի.

$14+14+14+14+14=\square\cdot 5$ կամ՝ $5\cdot\square$

2. Աստղանիշերը փոխարինի՛ր գործողության նշանով,, այնպես որ գրառումը ճիշտ լինի.

$21*21*21*21=21\cdot 4$ կամ՝ $4\cdot\square$

3. Գումարումը փոխարինի՛ր բազմապատկումով.

$7+7+7+7+7+7+7$

4. Արտադրյալը փոխարինի՛ր գումարով.

$12\cdot 4 \qquad 70\cdot 2 \qquad 15\cdot 3$ կամ՝ $4\cdot 12,\ 2\cdot 70,\ 3\cdot 15$

Ներկայումս թվաբանական գործողությունների ուսուցմանը մեթո- դիստները ցուցաբերում են տարբեր մոտեցումներ: Մեր աշխատությունն ուսումնամեթոդական ձեռնարկ է, այն մեթոդական ուղեցույց չէ: Ձեռ- նարկից օգտվելով՝ դասվարը կարող է թվաբանական գործողություննե- րի ուսուցումը կատարել մեթոդապես ավելի բարձր մակարդակով: Քանի որ տարրական դասարաններում գործում են մաթեմատիկայի տարբեր դասագրքեր, ուստի սույն ձեռնարկից օգտվելը դասվարին հնարավորու- թյուն կտա ստեղծագործական վերաբերմունք ցուցաբերել թվաբանա- կան գործողությունների ուսուցմանը:

ԳԼՈՒԽ ԱՌԱՋԻՆ

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

§ 1. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՔՍԻՈՄԱՏԻԿ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ (առանց ապացուցման)

§1.1. Գումարում

Սահմանում. ***a և b բնական թվերի գումար է կոչվում այն a + b տեսքի թիվը, որը բավարարում է*** *հետևյալ աքսիոմներին.*

1. $(\forall a \in N)\ a+1=a'$

2. $(\forall a,b \in N)\ a+b'=(a+b)'$

a'-ը a-ին անմիջապես հաջորդող թիվն է:

$2'=2+1=3;\ 3'=3+1=4$

Գումարման հատկությունները

1. Բնական թվերի գումարը միշտ գոյություն ունի ու որոշվում է միարժեքորեն:

Այսպես. $5+3=8,\ 7+5=12,\ 9+4=13$ և այլն:

2. *Գումարման տեղափոխական հատկությունը.*

Գումարելիների տեղափոխությունից գումարը չի փոխվում:

$(\forall a,b \in N)\ a+b=b+a$

Օրինակ՝ $3+5=8$ $5+3=8$ և այլն:

3. *Գումարման զուգորդական հատկությունը.*

Տրված թվերի գումարը հաշվելիս կարելի է հարևան գումարելիներ փոխարինել դրանց գումարով:

Օրինակ՝ $4+7+6=(4+7)+6=4+(7+6)$; $(4+7)+6=11+6=17$; $4+(7+6)=4+13=17$:

Ընդհանուր տեսքով այն գրվում է այսպես.

$(\forall a,b,c \in N)\ (a+b)+c=a+(b+c)$:

§ 1.2. Բազմապատկում

Սահմանում. ***Բնական թվերի բազմությունում բազմապատկումն այնպիսի հանրահաշվական գործողություն է, որը ցանկացած a և b թվերին համապատասխանեցնում է a · b թիվը, որը բավարարում է հետևյալ աքսիոմներին.***

1. $(\forall a \in N)\ a \cdot 1 = a$
2. $(\forall a,b \in N)\ a \cdot b' = a \cdot b + a$

b'–ը b–ին անմիջապես հաջորդող թիվն է:

Երկրորդ աքսիոմի իմաստը ցույց տանք օրինակով՝

$3 \cdot 4' = 3 \cdot (4+1) = 3 \cdot 4+3 = 12+3 = 15$ | $3' = 4$

$3 \cdot 4' = 3 \cdot 5 = 15$ | $4' = 5$

Հատկությունները

1. Բնական a և b թվերի արտադրյալը գոյություն ունի ու որոշվում է միարժեքորեն:

Օրինակ՝ $5 \cdot 4 = 20$ (միակն է)

$7 \cdot 3 = 21$ (միակն է)

2. *Արտադրյալի տեղափոխական հատկությունը.*

$(\forall a,b \in N)\ a \cdot b = b \cdot a$

Արտադրիչների տեղափոխությունից արտադրյալը չի փոխվում:

Օրինակ՝ $4 \cdot 6 = 24$

$6 \cdot 4 = 24$

3. *Արտադրյալի զուգորդական հատկությունը.*

$(\forall a,b,c \in N)\ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Մի քանի թվերի արտադրյալը հաշվելիս կարելի է երկու հարևան արտադրիչները փոխարինել իրենց արտադրյալով:

Օրինակ՝ $3 \cdot 5 \cdot 4 = (3 \cdot 5) \cdot 4 = 3 \cdot (5 \cdot 4)$

$15 \cdot 4 = 3 \cdot 20$

$60 = 60$

4. *Գումարի նկատմամբ բազմապատկման բաշխական օրենքը.*

$(\forall a,b,c \in N)\ (a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Այս օրենքը տարրական դասարանցիների համար հայտնի է որպես գումարը թվով բազմապատկելու օրենք:

Օրինակ՝ $(3+4) \cdot 5 = 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 15 + 20 = 35$:

§1.3. Հանում

Սահմանում. ***Ոչ բացասական ամբողջ թվերի բազմությունում հանումն այնպիսի գործողություն է, որը այդ բազմության ցանկացած երկու տարրերին համապատասխանեցնում է այդ բազմությանը պատկանող մեկ 3–րդ տարրը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.***

1. $(\forall a,b,c \in N_0)$ ($a - b = c$, եթե $a = b + c$)
2. $a \geq b$

Հատկությունները

1. *N_0–ում a–b տարբերությունը գոյություն ունի և միակն է, եթե* $a \geq b$

2. *Գումարից թիվ հանելը.* $(a+b)-c$

ա) եթե $a \geq c$, ապա $(a+b)-c=(a-c)+b$;

բ) եթե $b \geq c$, ապա $(a+b)-c=a+(b-c)$;

գ) եթե $a \geq c$ և $b \geq c$, ապա $(a+b)-c=(a-c)+b$ կամ $(a+b)-c=a(b-c)$;

Այս հատկությունը տարրական դասարաններում կիրառվում է կանոնի տեսքով ձևակերպված.

Գումարից թիվը հանելու համար կարելի է հաշվել այդ գումարը և ստացած արդյունքից հանել տրված թիվը կամ՝ գումարելիներից մեկից հանել (եթե հնարավոր է) տրված թիվը և ստացած արդյունքին ավելացնել մյուս գումարելին:

Սակայն կան դեպքեր, երբ կարելի է կիրառել միայն առաջին դեպքը:

Այսպես. $(5+6)-7$; $5<7$, $6<7$, իսկ $5+6=11>7$:

3. *Թվից գումար հանելը.* $a-(b+c)$

$(\forall a,b,c \in N_0)$ եթե $a \geq b+c$, ապա $a-(b+c)=(a-b)-c$ կամ $a-(b+c)=(a-c)-b$

Տարրական դասարաններում այն ձևակերպվում է այսպես.

Թվից երկու թվերի գումար հանելու համար (եթե հնարավոր է), կարելի է այդ թվից հանել գումարելիներից մեկը և ստացած արդյունքից հանել մյուս գումարելին:

$13-(6+3)=(13-6)-3$ կամ՝ $13-(6+3)=(13-3)-6$; $13>6+3$

§ 1.4. Բաժանում

Սահմանում. ***Ոչ բացասական ամբողջ a թվի և բնական b թվի քանորդ է կոչվում այն c թիվը, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին.***

$a : b = c$, եթե $a = b \cdot c$ $(a \geq b)$

Հատկությունները

1. *a : b քանորդը N–ում գոյություն ունի և միակն է, եթե a ≥ b և a–ն b–ի բազմապատիկն է:*

$12 : 3 = 4$; քանի որ $12 = 3 \cdot 4$: $12 > 3$ և 12–ը 3–ի բազմապատիկն է:

2. *Գումարի բաժանումը թվի.* $(a+b) : c$

Եթե $a : c$ և $b : c$, ապա $(a+b) : c$

$12 : 4$ և $8 : 4$, ուրեմն՝ $(12+8) : 4 = 20 : 4 = 5$

Տարրական դասարաններում այս հատկությունը կիրառվում է արտաաղյուսակային բաժանման դեպքերի ուսուցման ժամանակ:

Այսպես.

$86 : 2 = (80+6) : 2 = 80 : 2 + 6 : 2 = 8$ տասն. $: 2 + 6 : 2 = 4$ տասն. $+ 3 = 43$

Կան դեպքեր, երբ տրված թիվը ներկայացվում է ոչ թե կարգային, այլ հարմար գումարելիների գումարի տեսքով:

Այսպես.

$84 : 6 = (60+24) : 6 = 60 : 6 + 24 : 6 = 10 + 4 = 14$:

Տարրական դասարաններում ուսուցվում է.

Գումարը թվի բաժանելու համար կարելի է գտնել գումարը և ստացած արդյունքը բաժանել տրված թվի վրա, կամ. յուրաքանչյուր գումարելի բաժանել (եթե բաժանումը տեղի ունի) տրված թվի վրա և արդյունքները գումարել:

3. *Տարբերության բաժանումը թվի.* $(a-b) : c$

Եթե նվազելին և հանելին բաժանվում են տրված թվի վրա, ապա դրանց տարբերությունը ևս բաժանվում է այդ թվի վրա:

$(24-18) : 6 = 24 : 6 - 18 : 6 = 4 - 3 = 1$

$(24-18) : 6 = 6 : 6 = 1$

4. *Արտադրյալի բաժանումը թվի.*

Եթե արտադրիչներից մեկը բաժանվում է տրված թվի վրա, ապա արտադրյալը ևս բաժանվում է այդ թվի վրա:

$(12 \cdot 765) : 6$, քանի որ $12 : 6$

5. *Քանորդի բաժանումը թվի.*

Քանորդը թվի բաժանելու համար կարելի է հաշվել քանորդի արժեքը և ստացած արդյունքը բաժանել տրված թվի վրա, կամ՝ բաժանարարը բազմապատկել տրված թվով ու բաժանելին բաժանել ստացած արդյունքի վրա:

$(48 : 6) : 4 = 8 : 4 = 2$ կամ՝ $(48 : 6) : 4 = 48 : (6 \cdot 4) = 2$

6. *Քանորդի հիմնական հատկությունը.*

Եթե բաժանելին և բաժանարարը միաժամանակ բազմապատկենք կամ բաժանենք (եթե բաժանումը տեղի ունի) միևնույն թվով (զրոյից տարբեր թվի վրա), ապա քանորդը չի փոխվի:

Օրինակ՝ $36 : 9 = 4$

$(36 \cdot 2) : (9 \cdot 2) = 72 : 18 = 4$

$(36 : 3) : (9 : 3) = 12 : 3 = 4$

$12 : 3 = 4$

Տարրական դասարաններում թվաբանական գործողությունների ուսուցման հիմքում ընկած են բազմությունների տեսության տարրերը, ուստի մենք համառոտակի կանգ կառնենք նաև այդ տեսությունում թվաբանական գործողությունների մեկնաբանման վրա:

§ 2. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍԱԲԱԶՄԱՅԻՆ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

§ 2.1. Գումարում

Սահմանում. ***a և b ոչ բացասական ամբողջ թվերի գումար է կոչվում այն c թիվը, որին բնութագրող C բազմությունը հանդիսանում է a և b թվերին բնութագրող և ընդհանուր տարրեր չպարունակող A և B բազմությունների միավորումը.***

$n(A) = a,\ n(B) = b,\ n(C) = c,\ A \cap B = \varnothing,\ C = A \cup B,\ a + b = c$

Հատկությունները

1. <u>Գոյությունը և միակությունը.</u>

a + b գումարը գոյություն ունի և միակն է, քանի որ A∪B միշտ գոյություն ունի և միակն է.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = a + b,\ A \cap B = \varnothing$

2. <u>Գումարի տեղափոխական հատկությունը.</u> $a + b = b + a$

$A \cup B = B \cup A\ \ n(A \cup B) = n(B \cup A) \Rightarrow a + b = b + a$

3. <u>Գումարի զուգորդական հատկությունը.</u>

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $\quad n(A \cup (B \cup C)) = n((A \cup B) \cup C),$

$n(A) + n(B \cup C) = n(A \cup B) + n(C)$

$a + (b + c) = (a + b) + c$ $\quad A \cap B = \varnothing, \quad B \cap C = \varnothing:$

$A \cap (B \cup C) = \varnothing\dots$

§ 2.2. Հանում

Սահմանում. ***a և b ոչ բացասական ամբողջ թվերի տարբերություն է կոչվում A\B բազմության տարրերի քանակը, որտեղ a = n (A), b = n (B) և B⊂A.***

Մեկ այլ սահմանում. ***a և b ոչ բացասական ամբողջ թվերի տարբերություն է կոչվում այն c թիվը, որին բնութագրող C բազմությունը հանդիսանում է B բազմության լրացումը մինչև A բազմությունը, ըստ որում B⊂A:***

Հատկությունները

1. <u>Գոյությունը և միակությունը.</u>

a – b գոյություն ունի N_0–ում և միակն է, եթե $a \geq b$.

$17 - 8 = 9$

$17 > 8$

2. <u>Գումարից թիվ հանելը.</u>

$(a + b) - c = (a - c) + b,\ a \geq c$

կամ $(a + b) - c = (b - c) + a,\ b \geq c \cdot (27 + 13) - 8 = (27 - 8) + 13$

կամ $27 + (13 - 8)$

3. <u>Թվից գումար հանելը.</u>

$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$

$n(A) = a,\ n(B) = b,\ n(C) = c,\ B \cap C = \varnothing,\ a \geq b + c;\ C \subset A,\ B \subset A$

§ 2.3. Արտադրյալի տեսաբազմային մեկնաբանությունը

Սահմանում. **a և b ոչ բնական թվերի արտադրյալը իրենից ներկայացնում է b քանակով բազմությունների, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է a թվով տարրեր և որոնցից ոչ մեկը մյուսի հետ հատում չունի, տարրերի քանակը:**

$a \cdot b = n(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_b),$

ըստ որում $n(A_1) = n(A_2) = n(A_3) = \ldots = n(A_k) = a$ և ցանկացած երկու բազմությունների հատումը դատարկ բազմություն է:

Եթե. $A_1 = \{a, b, c\}$, $A_2 = \{m, n, k\}$, $A_3 = \{d, e, q\}$ ապա՝ $a \cdot b = n(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) = 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 3 = 9$; $n(A_1) = 3$, $n(A_2) = 3$, $n(A_3) = 3$

Այլ կերպ արտադրյալը կարելի է մեկնաբանել. եթե բազմությունները վերջավոր են, ապա այդ բազմությունների դեկարտյան արտադրյալը մի բազմություն է, որով որոշվող բնական թիվը այդ բազմություններով բնորոշվող թվերի արտադրյալն է:

Հատկությունները

1. <u>*Գոյությունը և միակությունը.*</u>

a և b ոչ բացասական ամբողջ թվերի արտադրյալը գոյություն ունի ու որոշվում է միարժեքորեն, քանի որ $A \times B$ դեկարտյան արտադրյալը գոյություն ունի և որոշվում է միարժեքորեն:

$n(A) = a$, $n(B) = b$, $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B) = a \cdot b$

2. <u>*Արտադրյալի տեղափոխական հատկությունը.*</u>

$a \cdot b = b \cdot a$;

Իրոք. $A \times B \neq B \times A$,

բայց $n(A \times B) = n(B \times A) \Rightarrow n(A) \cdot n(B) = n(B) \cdot n(A)$, $a \cdot b = b \cdot a$

3. <u>*Արտադրյալի զուգորդական հատկությունը.*</u>

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$; $n(A) = a$, $n(B) = b$, $n(C) = c$;

$(A \times B) \times C \neq A \times (B \times C)$, բայց $n((A \times B) \times C) = n(A \times (B \times C))$,

որտեղից. $n((A \times B) \times C) = (n(A) \cdot n(B)) \cdot n(C) = (a \cdot b) \cdot c$,

իսկ $n(A \times (B \times C)) \Rightarrow a \cdot (b \cdot c)$

4. <u>*Գումարի նկատմամբ բազմապատկման բաշխական օրենքը.*</u>

Տարրական դասարաններում այս հատկությունը կրում է «գումարի բազմապատկումը թվով» անվանումը: Այն ձևակերպվում է կանոնի տեսքով.

Գումարը թվով բազմապատկելու համար կարելի է գտնել այդ գումարը և արդյունքը բազմապատկել տրված թվով, կամ՝ յուրաքանչյուր գումարելի բազմապատկել տրված թվով և արդյունքները գումարել:

$(12 + 5) \cdot 6 = 17 \cdot 6 = 102$

կամ՝ $(12 + 5) \cdot 6 = 12 \cdot 6 + 5 \cdot 6 = 72 + 30 = 102$

§ 2.4. Բաժանման գործողության տեսաբազմային մեկնաբանությունը.

Ենթադրենք A վերջավոր բազմությունն, որը պարունակում է a տարրեր, տրոհված է զույգառ չհատվող և համարժեք ենթաբազմությունների.

$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_k$ և ցանկացած $A_i \cap A_j = \varnothing$ $(i \neq j)$:

1. Եթե b–ն այդ ենթաբազմությունների թիվն է, ապա a և b թվերի քանորդ է կոչվում այն c թիվը, որը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր ենթաբազմությունում պարունակվող տարրերի քանակը (բաժանում հավասար մասերի):
2. Եթե b–ն այդ բազմություններից որևէ մեկի տարրերի քանակն է, ապա a և b թվերի քանորդ է կոչվում այն c թիվը, որը ցույց է տալիս ենթաբազմությունների թիվը (բաժանում ըստ բովանդակության):

Խնդիր՝ 12 մատիտը հավասարապես տեղավորել են 3 տուփում: Քանի՞ մատիտ կլինի յուրաքանչյուր տուփում:

$12 : 3 = 4$ (մատիտ) – (բաժանում հավասար մասերի)

Խնդիր՝ 12 մատիտը տեղավորել են տուփերում, այնպես որ յուրաքանչյուրում լինի 3 մատիտ: Քանի՞ տուփ է պահանջվել:

$12 : 3 = 4$ (տուփ) – (բաժանում ըստ բովանդակության)

§ 3. ԲԱԺԱՆՈՒՄ ՄՆԱՑՈՐԴՈՎ

Սահմանում. ***Բնական a թիվը բնական b թվի վրա մնացորդով բաժանել նշանակում է գտնել այնպիսի ոչ բացասական ամբողջ q և r թվերը, որպեսզի տեղի ունենա $a = bq + r$ պայմանը, որտեղ $0 \leq r < b$:***

q–ն ոչ լրիվ քանորդն է, իսկ r–ը՝ մնացորդը

$31:6 = 5$ (մն.1) $\qquad 31 = 5 \cdot 6 + 1; (1 < 5)$

$27:5 = 5$ (մն.2) $\qquad 27 = 5 \cdot 5 + 2; (2 < 5)$

Մնացորդը միշտ փոքր է բաժանարարից:

§ 4. ԲԱԶՄԱՊԱՏԻԿ, ԲԱԺԱՆԱՐԱՐ

Ըստ գործող ծրագրերի՝ տրվում են նաև այդ հասկացությունները:

Սահմանում. ***a թվի բազմապատիկներ են կոչվում բոլոր այն թվերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում են a–ի:***

a–ի բազմապատիկներն են. a, 2a, 3a … na … :
3–ի բազմապատիկներն են. 3, 6, 9, 12, 15, 18 … :
4–ի բազմապատիկներն են. 4, 8, 12, 16, 20, 24 … :

Սահմանում. ***Տրված թվերի ընդհանուր բազմապատիկներ են կոչվում բոլոր այն թվերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում են այդ թվերից յուրաքանչյուրի վրա:***

3–ի և 5–ի ընդհանուր բազմապատիկներն են. 15, 30, 45 և այլն:
3–ի և 4–ի ընդհանուր բազմապատիկներն են. 12, 24, 36 և այլն:

Սահմանում. ***Տրված թվերի ընդհանուր բազմապատիկներից ամենափոքրը կոչվում է այդ թվերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը:***

3–ի և 5–ի համար այն 15–ն է, իսկ 3–ի և 4–ի համար՝ 12–ը:
Գրվում է. [3;5] = 15; [3;4] = 12

Սահմանում. ***a թվի բաժանարարներ են կոչվում բոլոր այն թվերը, որոնց վրա a–ն բաժանվում է առանց մնացորդի:***

Օրինակ՝ 12–ի բաժանարարներն են. 1, 2, 3, 4, 6, 12:
15–ի բաժանարարներն են. 1, 3, 5, 15:
18–ի բաժանարարներն են. 1, 2, 3, 6, 9, 18:

Սահմանում. ***Տրված թվերի ընդհանուր բաժանարարներից ամենամեծը կոչվում է այդ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:***

12–ի և 18–ի համար այն հավասար է 6–ի, քանի որ դրանց ընդհանուր բաժանարարներն են. 1, 2, 3, 6, որոնցից ամենամեծը 6–ն է:
Գրվում է. [12;18] = 6

§ 5. 2–Ի ԵՎ 5–Ի ՎՐԱ ԲԱԺԱՆԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅՏԱՆԻՇՆԵՐԸ

Տրված թիվը կբաժանվի 2–ի, եթե տասնորդական համակարգում այդ թվի գրառումն ավարտվում է 0, 2, 4, 6, 8 թվանշաններից որևէ մեկով:

Իրոք՝ ենթադրենք տրված է a թիվը.

$$a = a_n \cdot 10^n \neq a_{n-1}10^{n-1} + \ldots + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

Բոլոր գումարելիները բաժանվում են թե՛ 2–ի և թե՛ 5–ի, քանի որ պարունակում են 10 արտադրիչը, որևէ բնական ցուցիչով: Ուրեմն a թիվը կբաժանվի 2–ի, եթե a_0–ն լինի 0, 2, 4, 6, 8 թվանշաններից որևէ մեկը:

Եթե a_0–ն լինի 0 կամ 5, ապա տրված a թիվը կբաժանվի 5–ի:

Պարզ է, որ մենք չենք շարադրում մաթեմատիկական խստագույն մեկնաբանություններով: Այդպիսի մեկնաբանություններ տրվում են դասվար պատրաստող բուհերում «Տարրական դասարաններում ուսուցվող մաթեմատիկայի դասընթացի տեսական հիմունքներ» ուսումնական առարկան ուսումնասիրելիս:

ԳԼՈՒԽ ԵՐԿՐՈՐԴ

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ «ՏԱՍՆՅԱԿ» ՀԱՄԱԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ

§ 1. ԲԱՆԱՎՈՐ ԵՎ ԳՐԱՎՈՐ ՀԱՇՎՈՒՄՆԵՐԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Տարրական դասարաններում կիրառվող հաշվողական հնարնե-րի ձևավորման մեթոդիկան ներառում է մի քանի փուլ.

1. Հաշվողական հնարների ներմուծման նախապատրաստում:
2. Ծանոթացում հաշվողական հնարներին:
3. Հաշվողական հնարների օգնությամբ աղյուսակների կազմում:
4. Աղյուսակների մտապահում:
5. Վարժողական առաջադրանքների կատարման միջոցով աղյուսակների մասին գիտելիքների ամրապնդում:

Տարրական դասարանների աշակերտների մոտ հաշվային հմտությունների ձևավորումը կատարվում է բանավոր և գրավոր հաշվումների միջոցով:

Բանավոր հաշվի իմաստն այն է, որ այն կատարվում է մտքում՝ առանց գրավոր հաշվումներ կատարելու:

Նշենք բանավոր և գրավոր հաշվումների մի քանի առանձնահատկությունները.

1. Բանավոր հաշվումների ժամանակ գործողությունները կատարվում են՝ սկսած բարձր կարգից, իսկ գրավոր հաշվումների ժամանակ՝ ցածր կարգից (բացի բաժանման գործողությունից): Քննարկենք օրինակներ.

Հաշվել 327 + 252 գումարը:

Բանավոր հաշվումների ժամանակ աշակերտները տրված թվերը պատկերում են կարգային գումարելիների գումարի տեսքով.

$$327 + 252 = (300 + 20 + 7) + (200 + 50 + 2):$$

Այնուհետև, օգտվելով գումարի տեղափոխական և զուգորդական հատկություններից, բանավոր հաշվում են գումարը՝ սկսած բարձր կարգից: Այդ դեպքում մտովի կատարվող գործողություններն են.

$$(300 + 200) + (20 + 50) + (7 + 2) = 500 + 70 + 9 = 579:$$

Այդ նույն օրինակը գրավոր լուծելու համար աշակերտները գումարումն սկսում են ցածր կարգից.

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}327\\252\end{array} \\ \hline 579 \end{array}$$

2. Բանավոր հաշվումների ժամանակ միջանկյալ արդյունքները պահվում են մտքում, իսկ գրավոր հաշվումների ժամանակ՝ գրվում են:

3. Բանավոր հաշվումների ժամանակ կարելի է կիրառել հաշվումների տարբեր եղանակներ, իսկ գրավոր հաշվումները կատարվում են որոշակի օրենքի համաձայն:

Օրինակ՝ 45 և 13 թվերի արտադրյալը բանավոր հաշվելու համար կարելի է 13-ը պատկերել կարգային գումարելիների գումարի տեսքով և օգտվել թիվը գումարով բազմապատկելու կանոնից.

$$45 \cdot 13 = 45 \cdot (10 + 3) = 45 \cdot 10 + 45 \cdot 3 = 450 + 135 = 585$$

Կարելի է նաև 45-ը պատկերել կարգային գումարելիների գումարի տեսքով և օգտվել գումարը թվով բազմապատկելու կանոնից.

$$45 \cdot 13 = (40 + 5) \cdot 13 = 40 \cdot 13 + 5 \cdot 13 = 520 + 65 = 585$$

Կարելի է նաև օգտվել արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից.

$$45 \cdot 13 = 13 \cdot 45 = (10 + 3) \cdot 45 = 45 \cdot 10 + 45 \cdot 3 = 585$$

Այդ նույն արտադրյալը գրավոր հաշվելու համար գոյություն ունի միայն մեկ ալգորիթմ.

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}45\\13\end{array}\\ \hline 135\\ +\,45\\ \hline 585 \end{array}$$

4. Բանավոր հաշվումները սովորաբար կատարվում են միանիշ, երկնիշ և կլոր թվերի, իսկ գրավոր հաշվումները՝ ցանկացած բազմանիշ թվերի հետ:

Բանավոր հաշվելու հմտություններ ձևավորելու նպատակով պետք է աշակերտներից պահանջել, որ գրավոր կատարեն միայն այն հաշվումները, որոնք բանավոր կատարել կամ հնարավոր չէ, կամ շատ դժվար է: Բանավոր հաշվումներ պետք է կատարվեն յուրաքանչյուր դասի ընթացքում: Այդ նպատակով ուսուցիչը պետք է նախօրոք ընտրի վարժությունները՝ հաշվի առնելով նրանց կատարման, լուծման նպատակը՝ նոր նյութի յուրացում, անցածի ամրապնդում և այլն: Ելնելով դրանից՝ ուսուցիչն ընտրում է դասի այն փուլը կամ փուլերը, որտեղ պետք է կատարվեն բանավոր հաշվումներ:

Բանավոր լուծվող վարժությունների բովանդակությունը աշակերտներին կարելի է հաղորդել կամ բանավոր (թելադրելով), կամ գրավոր (ցույց տալով գրածը), կամ էլ ցուցադրելով գրածը և կարդալով այն:

Այսպիսով, կարող ենք ասել, որ աշակերտները բանավոր հաշվումներ կատարելու առաջադրանքներն ընկալում են կամ միայն լսողական, կամ միայն տեսողական, կամ էլ թե՛ մեկ և թե՛ մյուս օրգանների միջոցով:

Հաճախ աշակերտների համար դժվար է լինում, նույնիսկ անհնար, բանավոր հաշվումներ կատարել այնպիսի արտահայտությունների հետ, որոնք դժվար են ընկալվում: Օրինակ՝ հաշվել ***4 մ 5 դմ 2 սմ + 3 մ 5 դմ 14 սմ*** գումարը: Այսպիսի վարժությունները դասվարները պետք է գրեն գրատախտակին, կարդան այն և ապա պահանջեն, որ երեխաները հաշվումները կատարեն բանավոր:

Բանավոր հաշվումների ժամանակ պետք է հիմնականում օգտվել այն եղանակից, երբ առաջադրանքի բովանդակությունը աշակերտները հեշտությամբ յուրացնում են բանավոր հաղորդելուց հետո և պատասխանը տալիս են բանավոր: Բանավոր հաշվումների ժամանակ կարելի է քննարկել տարբեր վարժություններ: Քննարկենք դրանցից մի քանիսը.

1. Մաթեմատիկական արտահայտության արժեքի գտնելը:

1) Գտնել a –b արտահայտության արժեքը, եթե a = 90, b = 40:

2) Գտնել 200 + 47 արտահայտության արժեքը:

Բանավոր հաշվումների համար առաջադրված մաթեմատիկական արտահայտությունները կարող են պարունակել նույն կամ տարբեր աստիճանի գործողություններ: Օրինակ՝

ա) հաշվել 37 + 13 – 20 արտահայտության արժեքը:

բ) Գտնել 34 : 2 · 3 արտահայտության արժեքը:

գ) Հաշվել 320 – 120 : 6 արտահայտության արժեքը:

Բանավոր հաշվումների համար կարելի է օգտվել նաև աղյուսակներից, գծապատկերներից:

Բերենք աղյուսակներով հաշվումներ կատարելու օրինակներ.

Աղյուսակ 1

a	27	47	17	38	18
b	12	21	9	14	7
a + b					

Աղյուսակ 2

a	42	37	18	53	65
b	12	12	12	12	12
a – b					

Աղյուսակ 3

c	13	18	12	24	35
d	5	4	7	4	6
c · d					

Աղյուսակ 4

c	15	16	14	24	36
d	5	4	7	4	6
c : d					

Բերված աղյուսակներով աշխատելիս աշակերտները բանավոր հաշվում են արտահայտությունների արժեքները և լրացնում դատարկ վանդակները: Որոշակի հետաքրքրություն են առաջացնում նաև գծապատկերների տեսքով տրված առաջադրանքները:

Բանավոր հաշվումների համար աշակերտներին կարելի է հարցեր առաջադրել թվարկությունից, մեծությունների չափման միավորների միջև եղած առնչություններից և այլն: Այսպես, օրինակ՝

ա) Գտնել ամենամեծ եռանիշ և ամենամեծ երկնիշ թվերի տարբերությունը:
բ) 1/4 մ–ը քանի՞ սանտիմետր է պարունակում:
գ) Քանի՞ վայրկյան է կազմում 1/2 ժամը և այլն:

2. Մաթեմատիկական արտահայտությունների համեմատումը:

Համեմատել տրված արտահայտությունները և դնել համապատասխան նշանը՝ «>», «<», «=».

3 + 4 * 4 + 3	20 : 4 * 18 : 3
7 + 4 * 7 + 3	23 + 7 * 25 : 5 և այլն:

Այս տիպի վարժությունները բանավոր հաշվելիս աշակերտները սկզբնական շրջանում հաշվում են արտահայտությունների արժեքները և ապա արդյունքները համեմատում ու դնում համապատասխան նշանը: Այսպես՝ 3 + 4 = 7, 4 + 3 = 7, հետևապես աստղանիշը պետք է փոխարինել հավասարության նշանով:

Հետագայում արտահայտությունների արժեքները չեն հաշվում, աստղանիշը փոխարինում են համապատասխան նշանով («>», «<», «=»)՝ ելնելով տրամաբանական դատողություններից: Այսպես, օրինակ՝ 7 + 4 > 7 + 3, որովհետև առաջին գումարելիները նույնն են, իսկ ձախ մասի երկրորդ գումարելին մեկ միավորով մեծ է աջ մասի երկրորդ գումարելիից (4 > 3), հետևապես ձախ մասում տրված արտահայտությունը մեծ է աջ մասում տրված արտահայտությունից:

3. Հավասարումներ:

Հավասարումները երեխաներին կարելի է առաջարկել տարբեր ձևով.

1) Տրվում է հավասարումը, օրինակ՝ 12 : x = 3, և պահանջվում է այն լուծել, այսինքն՝ գտնել x–ը:
2) Բանավոր ասվում է անհայտի և տվյալների միջև եղած կապը, որից ելնելով՝ աշակերտները պետք է կազմեն հավասարումը և լուծեն այն:

Օրինակ՝ ո՞ր թվից պետք է հանել 13, որպեսզի ստացվի 20:

Աշակերտները կազմում են հավասարումը. x –13 = 20 և գտնում պատասխանը. x = 33:

3) Ուրիշ օրինակ՝ մտքումս պահած թիվը բազմապատկել եմ 4–ով և ստացել 32: Ի՞նչ թիվ եմ պահել մտքումս:

Այս տիպի վարժությունները նպաստում են հավասարումներ լուծելու ունակությունների և կարողությունների զարգացմանը, ինչպես նաև՝ թվաբանական գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև եղած կապի ուսուցմանը:

4. Խնդիրների լուծում:

Տարրական դասարանների մաթեմատիկայի դասագրքերում տրված վարժությունների և խնդիրների մոտավորապես 50%–ը պետք է լուծվեն բանավոր:

Բանավոր հաշվումների համար պետք է ընտրել այնպիսի խնդիրներ, որոնց բովանդակությունը աշակերտներն ընկալեն հեշտությամբ: Կարելի է առաջարկել պարզ և ոչ դժվար բաղադրյալ խնդիրներ: Այսպես, օրինակ՝

ա) Անահիտն ուներ հինգ մատիտ, որից երեքը տվեց Գայանեին: Քանի՞ մատիտ մնաց Անահիտի մոտ:
բ) Գայանեն ուներ 4 մատիտ, իսկ Կարինեն՝ 3–ով ավելի: Քանի՞ մատիտ ունեին նրանք միասին:

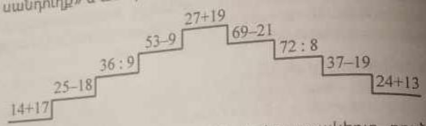
5. Մաթեմատիկական խաղեր:

Ընդհանրապես, մաթեմատիկական խաղերն աշխուժացնում են երեխաներին, զարգացնում նրանց մտածողությունը, տրամաբանությունը և առաջացնում հետաքրքրություն մաթեմատիկայի հանդեպ:

Նշենք մի քանի խաղ.

1) *Մնջախաղ:* Նախօրոք պատրաստվում է պլակատ, կամ գրատախտակին գծվում է գծապատկեր, որի միջոցով կարելի է կատարել բանավոր հաշվումներ: Ուսուցիչն ասում է, որ աշակերտները պետք է լուռ (մունջ) մնան, առաջարկվող հաշվումները կատարեն մտքում և արդյունքը գրեն գրատախտակին: Ուսուցիչը ցույց է տալիս թվերից որևէ մեկը, երեխաները կատարում են համապատասխան գործողությունը՝ կենտրոնում նշված թվի հետ, և նրանցից մեկը արդյունքը գրում է գրատախտակին (համապատասխան տեղում): Եթե հաշվումը սխալ է, ապա տեղում նստած աշակերտները ձեռք են բարձրացնում: Ուսուցիչը նրանցից մեկին կանչում է գրատախտակի մոտ, որն էլ գրում է ճիշտ պատասխանը:
2) *Խաղ՝ «Սանդուղք»:* Այս խաղը կարելի է կազմակերպել երկու աշակերտներից լավագույնին հայտնաբերելու, երկու շարքե-

րում նստած աշակերտներից հաղթող շարքը որոշելու համար և այլն: Ուսուցիչը նախօրոք գրատախտակին գծում է «զուգասանդուղք» և աստիճանների վրա գրում օրինակներ.



Գրատախտակի մոտ կանչվում են երկու աշակերտ, որոնք օրինակները լուծել են սկսում միաժամանակ` զուգասանդուղքի տարբեր կողմերի ստորին աստիճանից սկսած: Ով ճիշտ լուծելով արագ հասնում ու լուծում է վերին աստիճանի օրինակը, նա էլ հաղթող է ճանաչվում: Երկու շարքերի միջև մրցումը անցկացնելու դեպքում, յուրաքանչյուր շարքի ամեն մի կանչված աշակերտ լուծում է համապատասխան սանդուղքի մեկ աստիճանի օրինակը:

3) **Շրջանաձև օրինակների լուծում:** Ուսուցիչը գրատախտակին գրում է մի շարք օրինակներ, որոնցից առաջինի պատասխանը (որը չի գրվում) հանդիսանում է երկրորդ օրինակի առաջին բաղադրիչը: Երկրորդ օրինակի պատասխանը` 3-րդ օրինակի առաջին բաղադրիչը և այսպես շարունակ: Կարելի է գրել ցանկացած քանակությամբ օրինակներ, միայն թե վերջինի պատասխանը պետք է համընկնի առաջին լուծված օրինակի առաջին բաղադրիչի հետ (այսինքն` շրջանը փակվում է): Օրինակ`

37 + 12 =	5 · 13 =
49 – 29 =	65 – 12 =
20 : 4 =	53 – 16 =

Օրինակները գրատախտակի վրա պետք է գրվեն խառը` կազմելու սկզբունքով առաջացած հաջորդականությունը խախտելով: Աշակերտներից մեկը լուծում է առաջին օրինակը և ըստ պատասխանի` մյուսը գտնում է երկրորդ օրինակն ու լուծում և այդպես շարունակ: Ճիշտ լուծելու դեպքում վերջին օրինակի պատասխանը պետք է հավասար լինի առաջին լուծված օրինակի առաջին բաղադրիչին:

4) **Գտնել մտապահված օրինակը:** Գրատախտակին գրվում են մի շարք օրինակներ: Ուսուցիչը ասում է որևէ օրինակի պատասխանը: Աշակերտները, կատարելով հաշվումներ, գտնում

են այդ մտապահված օրինակը: Այնուհետև ուսուցիչն ասում է մեկ ուրիշ օրինակի պատասխան, աշակերտները կրկին կատարում են հաշվումներ ու գտնում այդ մտապահված օրինակը և այդպես շարունակ:

5) **Մոգական կամ հետաքրքրաշարժ քառակուսիներ:** Հաշվումները ավելի հեշտ են կատարվում, եթե տրված են վանդակների բոլոր թվերը և պահանջվում է որոշել` տրված քառակուսին մոգակա՞ն է, թե՞ ոչ: Օրինակ`

6	11	4
5	7	9
10	3	8

Առանձին-առանձին գումարում ենք յուրաքանչյուր տողում, սյունակում և անկյունագծով դասավորված թվերը: Եթե այդ գումարների արդյունքները հավասար են, ուրեմն` քառակուսին մոգական է: Օրինակ` տրված քառակուսու դեպքում ունենք.

6 + 11 + 4 = 21	6 + 5 + 10 = 21	6 + 7 + 8 = 21
5 + 7 + 9 = 21	11 + 7 + 3 = 21	4 + 7 + 10 = 21
10 + 3 + 8 = 21	4 +9 + 8 = 21	

Գումարները հավասար են (21), ուրեմն` քառակուսին մոգական է:

Ավելի դժվար են կատարվում այն վարժությունները, երբ տրված են քառակուսու որևէ տողի կամ սյունակի թվերի գումարը` «բանալին», որոշ վանդակների թվեր և պահանջվում է լրացնել դատարկ վանդակներն այնպես, որ քառակուսին լինի մոգական: Օրինակ`

2		6
	5	

Քառակուսու «բանալին» հավասար է 15-ի, լրացնել մոգական քառակուսու դատարկ վանդակները:

Աշակերտների մեջ մեծ հետաքրքրություն են առաջացնում նաև «Լոտո», «Լավագույն հաշվիչ», «Մաթեմատիկական էստաֆետ» և այլ խաղերը:

Բանավոր հաշվումներ են կատարվում նաև **մաթեմատիկական**
թելադրությունների միջոցով: Այդ նպատակով ուսուցիչն ընտրում
է 3–10 վարժություն և թելադրում աշակերտներին, որոնք գրում են
միայն օրինակների պատասխանները: Կատարված աշխատանքը
ստուգվում է կամ դասի ժամանակ, կամ դասերից հետո:
Աշակերտները պետք է գրավոր կատարեն այն հաշվումները,
որոնք բանավոր կատարելը դժվար է: Այսպես, օրինակ՝ գումարման
ժամանակ գրավոր կարող են լուծել այն օրինակները, որոնց լուծման
ժամանակ կարգային միավորները փոխանցվում են: 37 + 49 գումարը
ավելի հեշտ է հաշվել գրավոր.

$$\begin{array}{r} 37 \\ +\,49 \\ \hline 86 \end{array}$$

Գրավոր հաշվումները աշակերտները պետք է կատարեն շատ
արագ, պայմանով, որ ցանկացած ժամանակ կարողանան մեկնա-
բանել կատարած գործողության իմաստը, ընթացքը:
Գրավոր հաշվումներ կատարելիս աշակերտները պետք է կիրա-
ռեն բանավոր հաշվումներից ձեռք բերած հմտությունները և կարո-
ղությունները:

§ 2. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ «ՏԱՍՆՅԱԿ» ՀԱՄԱԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ

Առաջին դասարանում աշակերտները ծանոթանում են գումար-
ման և հանման գործողություններին: «Գումար», «Տարբերություն»
հասկացությունների մասին պատկերացումները աշակերտների մոտ
ձևավորվում է դեռևս նախապատրաստական շրջանում, երբ գործո-
ղություններ են կատարվում հավաքածուների հետ: Ըստ որևէ հատ-
կանիշի՝ կազմվում են հավաքածուներ, կատարվում է դրանց միավո-
րումը, հավաքածուի մասի անջատումը, հավաքածուների տարրերի
քանակների հավասարեցում և այլն:
Այդ հասկացություններն աշակերտների մեջ ձևավորվում են նաև
խնդիրների լուծման կամ քանոնի սանդղակի միջոցով:
Գումարման գործողությունը կարելի է ուսուցանել մի քանի հնար-
ներով.
1. Քննարկել գումարման գործողությամբ լուծվող այնպիսի խնդիր-
ներ, որոնց լուծման համար նպատակահարմար է օգտվել զննական

պարագաներից: Խնդիրների պատասխանները ստանում են՝ դրանք
հաշվելով: Օրինակ՝ Անահիտն ուներ 3 ծրար: Նրան 2 ծրար նվիրեց
մայրը: Քանի՞ ծրար ունեցավ Անահիտը:
Այս խնդիրը լուծելու համար աշակերտները պետք է հասկանան,
որ յուրաքանչյուր ծրարի փոխարեն կարելի է վերցնել մեկ հաշվեձո-
ղիկ: Այնուհետև նրանք վերցնում են երեք կարմիր և երկու կապույտ
գույնի հաշվեձողիկներ: Հաշվելով վերցրած հաշվեձողիկները՝ աշա-
կերտները պատասխանում են խնդրի հարցին:
Այդ դասի ընթացքում կարելի է ներմուծել «գումար», «պլյուս»,
«հավասար է» տերմինները և «+», «=» նշանները: Խնդրի լուծման
միջոցով այդ աշխատանքը կարելի է կատարել հետևյալ ձևով: Ուսու-
ցիչը հարցնում է, թե Անահիտի մոտ ընդամենը քանի՞ ծրար եղավ:
Աշակերտները պատասխանում են՝ «5»: Ուսուցիչն ասում է. «Ուրեմն՝
3 և 2, դա 5 է», այլ կերպ՝ «5–ը դա 3 և 2 թվերի գումարն է», կամ էլ՝
«5 թիվը ստացվեց 3 և 2 թվերը իրար գումարելով»: Այսպիսով, **երկու**
թվերի գումարը գտնելու գործողությունը անվանում են «գումա-
րում»: «Գումար» տերմինը աշակերտները պետք է կրկնեն մի քանի
անգամ: Այնուհետև ուսուցիչը գրատախտակին գրում է. «3 և 2, դա 5
է» ու ասում, որ այդ նախադասությունը գրված է երկար, և որ ավելի
կարճ այն կարելի է գրել հետևյալ կերպ.

$$3 + 2 = 5$$

Ուսուցիչը մեկնաբանում է, որ «և»–ը փոխարինվել է «+» (պլյուս)
նշանով, իսկ «դա»–ն՝ «=» (հավասար է) նշանով:
Աշակերտներին պետք է սովորեցնել, որ 3 + 2 = 5 գրառումը կար-
դան տարբեր եղանակներով. «Երեք պլյուս երկու՝ հավասար է հին-
գի», «Երեքին ավելացրած երկու՝ ստացվում է հինգ», «5–ը դա 3 և 2
թվերի գումարն է» և այլն:
Աշակերտները ծանոթանում են գումարման գործողության բա-
ղադրիչներին

$$\underbrace{\overset{\text{գումարելի}}{3} \; + \; \overset{\text{գումարելի}}{2}}_{\text{գումար}} \; = \; \overset{\text{գումար}}{5}$$

Այսպիսով, սկզբնական շրջանում աշակերտները պետք է օգտ-
վեն դիդակտիկ պարագաներից և խնդիրները լուծեն՝ դրանց քանա-
կը հաշվելով:
2. Աշակերտները կարող են օգտվել գունավոր մատիտներից և
տետրերում նկարել պայմանում տրված թվերի քանակին համապա-

տասխան շրջաններ, եռանկյուններ կամ քառակուսիներ ու հաշվել
նրանց ընդհանուր քանակը: Այսպես, օրինակ՝ «Դպրոցամերձ հողա-
մասում տնկեցին 4 խնձորենու և 5 տանձենու տնկիներ: Ընդամենը
քանի՞ տնկի տնկվեց»:
Այս խնդրի լուծման համար աշակերտները կարող են տետրում
նկարել 4 կարմիր գույնի և 5 կապույտ գույնի քառակուսիներ՝ հասկա-
նալով, որ յուրաքանչյուր կարմիր գույնի քառակուսի պատկերում է մեկ
խնձորենի, իսկ յուրաքանչյուր կապույտ գույնինը՝ մեկ տանձենի:
Հաշվելով նկարված բոլոր քառակուսիները՝ աշակերտներն
ասում են, որ դպրոցամերձ հողամասում տնկել են ընդամենը 9 տնկի:
Խնդրի լուծումը գրառվում է «+» և «=» նշանների միջոցով:
Ուսուցման այդ փուլում խնդրի համառոտագրումը և լուծումը կա-
րելի է կատարել հետևյալ տեսքով.

Խնդիր

Կարմիր՝ 4 □□□□

Կապույտ՝ 5 □□□□□

$$4 + 5 = 9$$

Պատասխան՝ 9 տնկի:

3. Թվերի գումարը կարելի է գտնել քանոնի սանդղակի միջո-
ցով: 2 և 3 թվերի գումարը գտնելու համար, քանոնի սանդղակի վրա
գտնում ենք այն նշագիծը, որին համապատասխանում է 2 թիվը: Այդ
նշագծից սկսած դեպի աջ՝ հաշվում ենք երեք նշագիծ (քանոնի վրա
պետք է նշված լինեն միայն սանտիմետրերի բաժանումները) և կար-
դում նրան համապատասխանող թիվը՝ 5–ը: Ուրեմն՝ 2 + 3 = 5:
Հետագայում վարժություններ լուծելու միջոցով ուսուցիչը բա-
ցատրում է, որ երկու թվերի գումարը գտնելու համար, նրանցից մե-
կին հաշվելով, կարելի է մեկ–մեկ ավելացնել մյուսի միավորները:
Այսպես, օրինակ՝ 6 և 3 թվերի գումարը հաշվեձողիկների օգնությամբ
գտնելուց հետո, ուսուցիչը պարզաբանում է, որ առաջին 6 հաշվե-
ձողիկները կարելի է նորից չհաշվել՝ գիտեն, որ վեցն են, և նրանց
մեկ–մեկ ավելացնել 3 հաշվեձողիկները՝ շարունակելով հաշվելը,
այսինքն՝ կունենան 7, 8 և ապա՝ 9 հաշվեձողիկ: Ուրեմն՝ 6 + 3 = 9:
Այս և նման տիպի խնդիրների լուծման ժամանակ փաստորեն
կատարվում է երկու առարկայական բազմությունների միավորում:
Առաջին դասարաններում դիտարկվում են նաև թվի զրո գումա-
րելու և զրոյին թիվ գումարելու դեպքերը: Այդ դիտարկումները նպա-
տակահարմար է կատարել քանոնի սանդղակի միջոցով: Այսպես,

5+0 գումարը գտնելու համար քանոնի սանդղակի վրա պետք է գտնել
5 թվին համապատասխանող նշագիծը և ապա այդ նշագծից դեպի
աջ կատարել 0 «քայլ», այսինքն՝ մնալ նույն տեղում: Ուրեմն՝

$$5 + 0 = 5:$$

0 + 3 գումարը գտնելու համար քանոնի սանդղակի վրա պետք
է գտնել 0 թվին համապատասխանող նշագիծը և նրանից դեպի աջ
կատարել 3 «քայլ» ու կարդալ համապատասխան թիվը, այսինքն՝ 3–ը:
Ուրեմն՝

$$0 + 3 = 3:$$

Դիտարկելով համանման մի քանի վարժություններ՝ աշակերտ-
ները պետք է հանգեն այն եզրակացության, որ **զրոյին ցանկացած**
թիվ գումարելիս, կամ ցանկացած թվին զրո գումարելիս թիվը
մնում է անփոփոխ:
Հետագայում այդ տեսքի գումարները աշակերտները պետք է
կարողանան հաշվել առանց քանոնի օգնության:
«Հանում», «Տարբերություն» տերմիններին, «–» (մինուս) նշանին
աշակերտները պետք է ծանոթանան խնդիրներ լուծելու միջոցով: Ու-
սուցիչն առաջարկում է լուծել խնդիրներ հետևյալ բովանդակությամբ.
«Լուսինեն ուներ 7 մատիտ, որոնցից 4–ը կարմիր գույնի էր, իսկ մնա-
ցածը՝ կապույտ: Քանի՞ կապույտ գույնի մատիտ ուներ Լուսինեն»:
Խնդիրը լուծելու համար աշակերտները նկարում են 7 շրջան և
նրանցից 4–ը ծածկում գծիկներով (4–ը կարմիր մատիտների քա-
նակն է): Ուսուցիչը հարցնում է, թե գծիկներով չծածկված քանի՞
շրջան մնաց: Հաշվելով այդ շրջանները՝ աշակերտներն ասում են,
որ մնաց 3–ը: «Դրանք ո՞ր գույնի մատիտներն էին»,— հարցնում է
ուսուցիչը: Աշակերտները պատասխանում են, որ դրանք կապույտ
գույնի մատիտներն էին: «Ուրեմն Լուսինեն կապույտ գույնի քանի՞
մատիտ ուներ»,— հարցնում է ուսուցիչը: Աշակերտները պատասխա-
նում են, որ Լուսինեն ուներ կապույտ գույնի 3 մատիտ:
Ուսուցիչն ընդհանրացնելով զրույցը՝ ասում է. «Ուրեմն 7–ը
առանց 4–ի դա 3 է» ու ավելացնում, որ ասվածը համառոտ կարելի է
գրել՝ 7 – 4 = 3: «Առանց» բառի փոխարեն մաթեմատիկայում օգտա-
գործում են «–» (մինուս) նշանը, իսկ «դա» բառին, ինչպես արդեն
գիտենք, փոխարինում է «=» (հավասար է) նշանը:
Այնուհետև պետք է սովորեցնել, որ աշակերտները տարբեր ձևով
կարդան 7 – 4 = 3 հավասարությունը: «7–ից հանենք 4. կստանանք 3»:
«7–ն առանց 4–ի, կլինի 3», «3–ը դա 7 և 4 թվերի տարբերությունն է»
և այլն: Այսպիսով, **երկու թվերի տարբերությունը գտնելու գործո-**
ղությունը անվանում են «Հանում»:

«Հանում», «Տարբերություն», «Մինուս» տերմինները աշակերտնե-
րը պետք է կրկնեն մի քանի անգամ: Պետք է աշակերտներին մեկնա-
բանել նաև հանման գործողության բաղադրիչների անվանումները.

նվազելի		հանելի		տարբերություն
7	–	4	=	3

տարբերություն

Հետագայում ուսուցիչը կարող է բացատրել, թե երկու թվերի
տարբերությունը ինչպես կարելի է գտնել քանոնի սանդղակի միջո-
ցով: Այդ նպատակով նա աշակերտներից պահանջում է, որ քանոնի
սանդղակի վրա գտնեն 7 թիվը և նրանից դեպի ձախ կատարեն 2
«քայլ», 3 «քայլ», 4 «քայլ»: Յուրաքանչյուր դեպքում նրանք կարդում
են վերջին նշագծին համապատասխանող թիվը: Ուսուցիչն ընդհան-
րացնելով` ասում է, որ 7-ից երկուսը հանելու համար քանոնի սանդ-
ղակի վրա գտնում ենք 7 թիվը և նրանից դեպի ձախ հաշվում երկու
նշագիծ ու կարդում նրան համապատասխանող թիվը` 5-ը: Ուրեմն`
7 – 2 = 5: Նման ձևով բացատրվում են 7 – 3, 7–4 հանման դեպքերը:
Վարժությունների լուծման արդյունքը պետք է լինի այն, որ
յուրաքանչյուր աշակերտ հասկանա, որ **քանոնի սանդղակի վրա
հանման դեպքում տրված թվից «շարժվում ենք» դեպի ձախ,
իսկ գումարման դեպքում` դեպի աջ:**
Առաջին դասարանում փաստորեն ուսուցվում են հանման գործո-
ղության երկու հատկությունները.

**ա) իրար հավասար թվերի տարբերությունը հավասար է
զրոյի,**

բ) փոքր թվից մեծ թիվ հանել չի կարելի:

Այդ հատկությունները կարելի է ուսուցանել օրինակներ լուծելու
միջոցով: Ուսուցիչը կարող է պահանջել, որ քանոնի սանդղակի մի-
ջոցով աշակերտները գտնեն 3 և 3, 4 և 4, 5 և 5 թվերի տարբերու-
թյունները: Աշակերտները 3-ից 3 հանելու համար քանոնի սանդղակի
վրա գտնում են 3-ին համապատասխանող նշագիծը և դրանից դեպի
ձախ հաշվում 3 ու հասնում են 0-ին համապատասխանող նշագծին:
Ուրեմն` 3 – 3 = 0: Նման մեկնաբանություններ են տրվում նաև 4 – 4
և 5 – 5 տարբերությունները հաշվելիս: Ուսուցչի օգնությամբ ընդհան-
րացվում են քննարկված օրինակների լուծումները և արվում համա-
պատասխան եզրակացություն:
Երկրորդ հատկությունը ևս կարելի է ուսուցանել քանոնի սանդ-
ղակի միջոցով: Այդ նպատակով կարելի է պահանջել, որ աշակերտ-

ները քանոնի սանդղակի միջոցով գտնեն 5 և 7 թվերի տարբերությու-
նը: Աշակերտները քանոնի սանդղակի վրա գտնում են 5 թվին հա-
մապատասխանող նշագիծը և նրանից դեպի ձախ սկսում են հաշվել`
մեկ, երկու, երեք, չորս, հինգ և հասնում զրոյին համապատասխանող
նշագծին, իսկ նրանից ձախ այլևս թվեր չկան: Ուսուցիչն ասում է, որ
զրոյից ձախ թվեր չկան և որ այլևս ոչ մի «քայլ» կատարել չեն կարող,
իսկ դրա պատճառն այն է, որ ուզեցին փոքր թվից հանել մեծ թիվ:
Ուրեմն` փոքր թվից մեծ թիվ հանել չի կարելի:
Առաջին դասարանում վարժություններ լուծելու միջոցով պետք
է պարզաբանել զրոյի հատկությունը` կապված հանման գործողու-
թյան հետ: Այդ նպատակով աշակերտներից պահանջվում է, որ քա-
նոնի սանդղակի միջոցով գտնեն 5 – 0, 7 – 0, 3 – 0 տարբերություննե-
րը: 5 – 0 տարբերությունը գտնելու համար քանոնի սանդղակի վրա
գտնում են 5 թվին համապատասխանող նշագիծը և նրանից դեպի
ձախ կատարում զրո «քայլ»: Դա նշանակում է մնալ նույն տեղում:
Ուրեմն` 5 – 0 = 5: Նման ձևով մեկնաբանվում են 7 – 0 = 7 և 8 – 0 = 8
դեպքերը: Ընդհանրացնելով օրինակների լուծումները` ուսուցչի օգ-
նությամբ աշակերտները հանգում են այն եզրակացության, որ **թվից
զրո հանելիս ստացվում է նույն թիվը** (տվածը):
Այսպիսով, աշակերտների կողմից գումարման և հանման գոր-
ծողությունների իմաստի յուրացումը իրականացվում է զննակա-
նության և գործնական աշխատանքի կատարման օգնությամբ: Այդ
գործընթացն աշակերտների համար առանձնակի դժվարություն չի
ներկայացնում: Որոշակի դժվարություն է ներկայացնում հանման
գործողության ուսուցումը: Հետազոտությունները ցույց են տվել, որ
աշակերտների մի մասը հանման գործողության մեկնաբանման ժա-
մանակ առարկայական գործողությունները դիտում են որպես երկու
բազմությունների հետ կատարվող գործողություն և ոչ թե մեկ բազ-
մության մասի անջատում: Այդ հարցի ճիշտ մեկնաբանման նպատա-
կով ուսուցիչը պետք է ցուցաբերի մաթեմատիկական հատուկ գիտե-
լիքներ ու վարպետորեն կիրառի զննականությունը:
Առաջին դասարանում ուսուցվում են գումարման և համապա-
տասխան հանման դեպքերի աղյուսակները, որոնք աշակերտները
պետք է հիշեն անգիր:
Համառոտակի կանգ առնենք գումարման և հանման դեպքերի
ուսուցման վրա:
Քանի որ թվին զրո ավելացնելու և թվից զրո հանելու դեպքերը
աշակերտներն արդեն գիտեն, ուստի գումարման ու համապատաս-
խան հանման դեպքերի աղյուսակների պարբերաբար ուսուցման

ժամանակ այդ դեպքերի վրա հատուկ կանգ առնելու անհրաժեշտու-
թյուն չի զգացվում: Կարելի է քննարկել միայն որոշ օրինակներ:
Միանիշ թվին մեկ ավելացնելու և նրանից մեկ հանելու դեպքերը
կարելի է ուսուցանել երկու եղանակով.

1. **Օգտվելով թվային հաջորդականության մասին աշա-
կերտների ունեցած գիտելիքներից:** Աշակերտները պետք է
իմանան, որ եթե տրված թվին ավելացնում ենք մեկ միավոր,
ապա ստանում ենք նրան անմիջապես հաջորդող թիվը, իսկ
եթե նրանից հանում ենք մեկ, ապա ստանում ենք նրան անմի-
ջապես նախորդող թիվը:

Ուրեմն` $2 + 1 = 3$,
$2 - 1 = 1$:

2. **Օգտվելով քանոնի սանդղակից:** Այս դեպքում երկուսին մեկ
ավելացնելու համար աշակերտները քանոնի սանդղակի վրա
գտնում են 2–ին համապատասխանող նշագիծը և նրանից դե-
պի աջ հաշվում մեկ նշագիծ ու կարդում համապատասխանող
թիվը` 3–ը:

Ուրեմն` $2 + 1 = 3$:
2–ից մեկ հանելու համար քանոնի սանդղակի վրա գտնում են
2–ին համապատասխանող նշագիծը և նրանից ձախ կատարում մեկ
«քայլ» ու կարդում համապատասխան թիվը` 1–ը:
Ուրեմն` $2 - 1 = 1$:
Նման եղանակով են պարզաբանվում նաև մյուս դեպքերը.

$3 + 1 = 4$	$7 + 1 = 8$	$3 - 1 = 2$	$7 - 1 = 6$
$4 + 1 = 5$	$8 + 1 = 9$	$4 - 1 = 3$	$8 - 1 = 7$
$5 + 1 = 6$	$9 + 1 = 10$	$5 - 1 = 4$	$9 - 1 = 8$
$6 + 1 = 7$		$6 - 1 = 5$	$10 - 1 = 9$

Քանի որ ըստ գործող ծրագրի` գումարման և հանման գործողու-
թյուններին աշակերտները ծանոթանում են մինչև թվերի ուսուցումը,
ուստի 10–ի սահմաններում թվարկության ուսուցումը կատարվում է
այդ գործողությունների կիրառմամբ: Այդպիսի մոտեցման դեպքում
աշակերտները.

1. ավելի լավ են յուրացնում գումարման և հանման գործողու-
թյունների իմաստը,
2. հեշտությամբ են յուրացնում ու մտապահում թվին 1 ավելացնե-
լու և թվից 1 հանելու դեպքերը, աղյուսակները,
3. ավելի արագ են յուրացնում բնական թվերի հաջորդականու-

թյունը և դրա հատկությունը. յուրաքանչյուր հաջորդ թիվ 1–ով
մեծ է իրեն անմիջապես նախորդող թվից:
Առաջին դասարանում միանիշ թվերին մեկ ավելացնելու և հա-
մապատասխան հանման դեպքերի աղյուսակները նպատակահար-
մար է ուսուցանել 1–ին եղանակով:
Գումարման և հանման գործողությունների ուսուցման հենց
առաջին փուլում աշակերտների ուշադրությունը պետք է հրավիրել
այն հանգամանքի վրա, որ երկու թվերի գումարը կամ տարբերությու-
նը գտնում են գործողությունների կատարման միջոցով: Երկու թվերի
գումարը գտնում են գումարման գործողության միջոցով, իսկ տար-
բերությունը` հանման: Նշվում է, որ **գումարումը և հանումը թվաբա-
նական գործողություններ են:**
Այնուհետև հարց ու պատասխանի միջոցով կարելի է կազմել
միանիշ թվին մեկ միավոր ավելացնելու և միանիշ թիվը մեկ միավո-
րով պակասեցնելու աղյուսակները, և արդյունքները գրել գրատախ-
տակին.

$2 + 1 = 3$	$2 - 1 = 1$
$3 + 1 = 4$	$3 - 1 = 2$
$4 + 1 = 5$	$4 - 1 = 3$
$5 + 1 = 6$ և այլն	$5 - 1 = 4$
	$6 - 1 = 5$ և այլն:

Այդպիսի աշխատանքի արդյունքում պետք չէ, որ երեխաները
անգիր հիշեն միանիշ թվին մեկ գումարելու և նրանից մեկ հանելու
աղյուսակները: Հոգեբանները պարզել են, որ այդ դեպքերի հիշելն
երեխաների համար ավելի դժվար է, քան տրված թվին 1 ավելացնելը
(հանելը):
Հետագայում քննարկվում են $4 + 1 + 1$, $6 + 1 + 1$, $5 - 1 - 1$, $7 - 1 - 1$
տեսքի գումարման և հանման դեպքերը:
Այս տիպի օրինակներ լուծելու ժամանակ պետք է պահանջել, որ
աշակերտները ասեն միջանկյալ հաշվումների արդյունքները: Այս-
պես, օրինակ` 4–ին ավելացնենք 1, կստանանք 5, իսկ 5–ին մեկ ավե-
լացնելով` կստանանք 6, հետևապես $4 + 1 + 1 = 6$:
Երեխաները պետք է հասկանան, որ եթե տրված թվին նախ գու-
մարում ենք մեկ միավոր, հետո էլի մեկ միավոր, ապա փաստորեն
տրված թիվը մեծացնում ենք երկու միավորով, իսկ եթե տրված թվից
նախ հանում ենք մեկ միավոր, հետո էլի մեկ միավոր, ապա փաստո-
րեն տրված թվից հանում ենք երկու միավոր:
Այս բովանդակությամբ վարժությունների լուծումը երեխաներին

նախապատրաստում է $a \pm 2$ տեսքի գումարների և տարբերություննե-
րի ուսուցմանը: Այդպիսի աշխատանքից հետո երեխաները հեշտու-
թյամբ յուրացնում են տրված միանիշ թվին երկու գումարելու համար
նախ պետք է գումարել մեկ միավորը, հետո` մյուսը, իսկ 2 հանելու
համար` հանել նախ մեկ միավորը, հետո` էլի մեկ միավոր:
Օգտվելով դիդակտիկ պարագաներից և լուծելով համապատաս-
խան օրինակներ` կազմվում են 10–ի սահմանում միանիշ թվին 2
ավելացնելու և միանիշ թվից 2 հանելու աղյուսակները, որոնք լավ
կլինի, որ երեխաները հիշեն անգիր:

$1 + 2 = 3$	$3 - 2 = 1$
$2 + 2 = 4$	$4 - 2 = 2$
$3 + 2 = 5$	$5 - 2 = 3$
$4 + 2 = 6$	$6 - 2 = 4$
$5 + 2 = 7$	$7 - 2 = 5$
$6 + 2 = 8$	$8 - 2 = 6$
$7 + 2 = 9$	$9 - 2 = 7$
$8 + 2 = 10$	$10 - 2 = 8$

Գիտենալով 3 և 4 թվերի կազմությունը` $3 = 1 + 1 + 1$, $3 = 2 + 1$,
$4 = 1 + 1 + 1 + 1$, $4 = 2 + 2$, $4 = 3 + 1$, երեխաները հեշտությամբ յուրաց-
նում են $a \pm 3$, $a \pm 4$ տեսքի գումարների և տարբերությունների հաշվու-
մը: Այսպես, օրինակ` $4 + 3$ տեսքի գումարը հաշվելու համար երեխա-
ները պետք է իմանան, որ $4 + 2 = 6$ և $3 = 2 + 1$: 4–ին նախ գումարում
են 2, իսկ հետո` 1 և ստանում` $4 + 3 = 7$:
$5 - 3$ տարբերությունը հաշվելու համար աշակերտները պետք է
իմանան, որ $5 - 2 = 3$ և $3 = 2 + 1$: 5–ից նախ հանում են 2, ստանում` 3,
որից հանելով 1, ստացվում է 2: Ուրեմն` $5 - 3 = 2$:
Օգտվելով դիդակտիկ պարագաներից` պետք է լուծել այդ դեպքե-
րին համապատասխան օրինակներ և կազմել գումարման ու հանման
հետևյալ աղյուսակները, որոնք աշակերտները պետք է հիշեն անգիր.

$1 + 3 = 4$	$4 - 3 = 1$	$1 + 4 = 5$	$5 - 4 = 1$
$2 + 3 = 5$	$5 - 3 = 2$	$2 + 4 = 6$	$6 - 4 = 2$
$3 + 3 = 6$	$6 - 3 = 3$	$3 + 4 = 7$	$7 - 4 = 3$
$4 + 3 = 7$	$7 - 3 = 4$	$4 + 4 = 8$	$8 - 4 = 4$
$5 + 3 = 8$	$8 - 3 = 5$	$5 + 4 = 9$	$9 - 4 = 5$
$6 + 3 = 9$	$9 - 3 = 6$	$6 + 4 = 10$	$10 - 4 = 6$
$7 + 3 = 10$	$10 - 3 = 7$		

Նախքան 10–ի սահմանում $a + 5$, $a + 6$, $a + 7$, $a + 8$, $a + 9$ տեսքի
գումարների ուսուցումը աշակերտները պետք է տիրապետեն գումա-
րի տեղափոխական օրենքին: Նշենք, որ գումարման տեղափոխա-
կան հատկության ուսուցումը կատարվում է երկու փուլով.

1. Նախապատրաստական, որն իրականացվում է մինչև թվար-
կության ուսուցումը: Այս փուլում կատարվում է հավաքածուների հետ
գործողություններ և գաղափար տրվում այդ մասին, բայց հատկու-
թյունը չի ձևակերպվում:
2. Երբ օրինակների միջոցով մեկնաբանվում և տրվում է այդ
հատկությունը:

Այդ նպատակով պետք է օգտվել դիդակտիկ պարագաներից և
քննարկել մի շարք օրինակների լուծումներ: Այսպես, օրինակ` հավա-
քապաստառի վրա կարելի է դնել երկու կարմիր գույնի և նրանից աջ`
մեկ կապույտ գույնի շրջան ու պահանջել, որ աշակերտները իմա-
նան, թե հավաքապաստառի վրա ընդամենը քանի՞ շրջան է դրված:
Պարզվում է, որ $2 + 1 = 3$:
Այնուհետև կարելի է պահանջել, որ աշակերտները հավաքա-
պաստառի վրա դնեն նախ մեկ կապույտ գույնի շրջան, իսկ հետո`
նրանից աջ երկու կարմիր գույնի շրջան ու հաշվեն բոլոր շրջաննե-
րը: Պարզվում է, որ $1 + 2 = 3$:
Կարելի է օգտվել նաև գումարման աղյուսակներից: Այսպես,
օրինակ` $3 + 2 = 5$ և $2 + 3 = 5$, ուրեմն` $3 + 2 = 2 + 3$:
Քննարկելով նմանատիպ մի շարք օրինակներ` ուսուցիչն ասում է.
«Գումարելիների տեղափոխությունից գումարը չի փոխվում»:
Քննարկելով վարժությունների և խնդիրների լուծումները` աշակերտ-
ները պետք է համոզվեն, որ մեծ թվերին փոքր թիվ գումարելն ավե-
լի հեշտ է: Այսպես, օրինակ` եթե դասարանի սեղաններից մեկի վրա
դրված է 5 ծաղկաման, իսկ մյուսի վրա` 2 ծաղկաման ու պահանջվում
է այդ ծաղկամանները հավաքել մեկ սեղանի վրա, ապա 2 ծաղկա-
մանը 5 ծաղկամանի մոտ տեղափոխելն ավելի հեշտ է:
Քննարկելով $1 + 5 = 6$ և $5 + 1 = 6$ տեսքի օրինակները` աշակերտ-
ները հանգում են վերոհիշյալ եզրակացությանը: Օգտվելով այդ հան-
գամանքից` պարզաբանում են 1+5, 2+5, 3+5, 4+5, 5+5, 1+6, 2+6, 3+6,
4+6, 1+7, 2+7, 3+7, 1+8, 2+8, 1+9 գումարների հաշվման եղանակները:
Այսպես, $1+5 = 5+1 = 6$, $2+5 = 5+2 = 7$, $2+7 = 7+2 = 9$ և այլն: Հետա-
գայում ուսուցվում է գումարման և հանման գործողությունների միջև
եղած կապը, անհայտ գումարելին գտնելու եղանակը: Օգտվելով այդ
մասին աշակերտների ստացած գիտելիքներից` ուսուցվում են 5, 6, 7,
8, 9 թվերը հանելու դեպքերը: Այսպես, օրինակ` $7 - 5$ տարբերությու-

նը հաշվելու համար պետք է օգտվել այն համագումարից, որ 5 + 2 = 7 (որը երեխաներն արդեն գիտեն) ու գիտենալ, որ եթե գումարից հանում ենք գումարելիներից մեկը, ապա ստանում ենք մյուս գումարելին: Ուրեմն՝ 7 – 5 = 2: Նման ձևով են ուսուցվում նաև 10–ի սահմանում 5, 6, 7, 8, 9 թվերը հանելու մյուս դեպքերը: 10–ի սահմանում ուսուցվում են նաև թվին զրո գումարելու, թվից զրո հանելու, միևնույն թվերի տարբերությունը գտնելու դեպքերը: Այս ամենը պարզաբանվում է դիդակտիկ պարագաների օգնությամբ, վարժությունների միջոցով: Ուսուցիչն ընդհանրացնելով վարժությունների լուծումները՝ ասում է, որ եթե տրված թվին գումարում ենք զրո կամ տրված թվից հանում ենք զրո, ապա ստանում ենք միևնույն՝ տրված թիվը: **Եթե տրված թվից հանում ենք այդ նույն թիվը, ստանում ենք զրո:** Այսպես՝ 5 – 5 = 0, 7 – 7 = 0 և այլն:

Այսպիսով, կարող ենք ասել, որ 10–ի սահմանում գումարման և համապատասխան հանման դեպքերի ուսուցումը կատարվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

1) Ամփոփվում են բնական թվերի հաջորդականության, թվերի ստացման և թվի կազմության մասին աշակերտների ունեցած գիտելիքները՝ յուրաքանչյուր թիվ պատկերացնելով որպես երկու գումարելիների գումար:
2). Յուրաքանչյուր հաջորդ դեպքի ուսուցման համար աշակերտները պետք է յուրացրած լինեն նախորդ դեպքերը: Այսպես, օրինակ՝ a ± 3 տեսքի գումարների և տարբերությունների ուսուցման համար նրանք պետք է իմանան a ± 1, a ± 2 դեպքերը:
3) Օգտվելով առարկայական բազմություններից՝ պետք է պարզաբանել գումարման և հանման տարբեր եղանակները, ու դրանք կիրառել վարժություններ լուծելու ժամանակ:
4) Կազմել գումարման և համապատասխան հանման աղյուսակները ու աշակերտներին վարժեցնել այնպես, որ այդ աղյուսակները անգիր հիշեն:

10–ի սահմանում գումարման և հանման ուսուցման արդյունքը պետք է լինի.

1) Գումարման և համապատասխան հանման դեպքերի լավ յուրացումը, գումարման եռանկյունաձև աղյուսակից օգտվելու կարողությունը:
2) Աշակերտները պետք է իմանան, որ գործողությունների բաղադրիչները, այսինքն՝ այն թվերը, որոնց միջև կատարվում է թվաբանական գործողությունը, ունեն իրենց անվանումները. գումարման դեպքում՝ առաջին գումարելի, երկրորդ գումարելի, իսկ հանման դեպքում՝ նվազելի, հանելի: Արդյունքներն էլ ունեն իրենց անվանումները. գումարման դեպքում՝ գումար, հանման դեպքում՝ տարբերություն:
3) Օգտվելով առարկայական բազմություններից՝ կարողանան լուծել թիվը մի քանի միավորով մեծացնելու (փոքրացնելու) վերաբերյալ խնդիրներ:
4) Կարողանան գտնել անհայտ գումարելին:
5) Համեմատեն գումարի կամ տարբերության տեսքով տրված երկու արտահայտությունները:
6) Կարողանան ձևակերպել և կիրառել գումարման տեղափոխական օրենքը:

§ 3. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ՀԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՐՈՇ ՕՐԵՆՔՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

§ 3.1. Գումարման զուգորդական օրենքը

Տարրական դասարաններում գումարման տարբեր դեպքերի ուսուցման ժամանակ 3 և ավելի թվերի գումարը գտնելու համար աշակերտները կիրառում են տարբեր հնարներ և եղանակներ: Հարմար եղանակով մի քանի գումարելիների գումարը գտնելիս հաճախ պետք է լինում գումարել այն թվերը, որոնց գումարը հավասար է 10–ի, հետո գումարել մյուս թիվը (թվերը): Օրինակ՝

$$4 + 2 + 8 = 4 + (2 + 8) = 4 + 10 = 14$$

Փաստորեն նման դեպքում կիրառվում է գումարման զուգորդական հատկությունը: Այդ հատկության ուսուցումը կատարվում է գործնականորեն: Կարելի է հավաքապաստառի շարքերից մեկում դնել 4 շրջան, երկրորդում՝ 3 շրջան, երրորդում՝ 7 շրջան (4 + 3 + 7) և պահանջել, որ գտնեն շրջանների ընդհանուր քանակը:

Այդ նպատակով երկրորդ շարքի 3 շրջանը կտեղափոխեն առաջին շարք, կգտնեն գումարը (4 + 3 = 7), որից հետո այդ թվին կավելացնեն երրորդ շարքի շրջանների քանակը և կկատարեն գրառում.

$$4 + 3 + 7 = (4 + 3) + 7 = 7 + 7 = 14$$

Հետո շրջանները նորից տեղավորեն իրենց շարքերում և գտնեն ընդհանուր քանակը, բայց այս անգամ երկրորդ շարքի շրջաններին ավելացնեն երրորդ շարքի 7 շրջանը, հետո 4–ին գումարեն դրանց գումարը և գրեն.

$$4 + 3 + 7 = 4 + (3 + 7) = 4 + 10 = 14$$

Այժմ, համեմատելով գրառումները և արդյունքները, եզրակացնում են, որ գումարը նույնն է: Ուսուցիչն ասում է, որ այդ հատկությունը գումարման զուգորդական հատկությունն է. **մի քանի թվերի գումարը չի փոխվի, եթե հարևան գումարելիները փոխարինենք իրենց գումարով:**

Ամրապնդման նպատակով լուծում են վարժություններ.

$$18 + 2 + 5 = (18 + 2) + 5 = 25$$
$$5 + 7 + 13 = 5 + (7 + 13) = 25$$
$$6 + 2 + 8 + 10 = 6 + (2 + 8) + 10 = 26$$

Սակայն երբեմն լինում են դեպքեր, երբ նախքան գումարման զուգորդական հատկության կիրառումը անհրաժեշտ է կիրառել տեղափոխական հատկությունը` համատեղ կիրառել գումարման տեղափոխական և զուգորդական օրենքները.

$$14 + 9 + 6 = (14 + 6) + 9 = 20 + 9 = 29$$
$$3 + 24 + 17 + 6 = (3 + 17) + (24 + 6) = 20 + 30 = 50$$

§ 3.2. Գումարին թիվ ավելացնելը

Այս օրենքի ուսուցման համար պետք է կատարել որոշ նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում ամփոփվում են թվարկությունից աշակերտների ստացած գիտելիքները: Այսպես, օրինակ` 14 թվում քանի՞ տասնյակ և քանի՞ միավոր կա, քանի՞ տասնյակի է հավասար 20–ը, ո՞ր թիվն է պարունակում մեկ տասնյակ և երեք միավոր:

Երկնիշ թվերի գումարումը և հանումը հիմնականում կարելի է կատարել` երկնիշ թիվը կարգային գումարելիների գումարով փոխարինելով: Այդ նպատակի համար կարելի է օգտվել աշակերտներին ծանոթ նարնջագույն և սպիտակ գույնի փայտիկներից, հատուկ քարտերից, որոնց վրա նշված են տասնյակները և միավորները: Դեռևս թվարկության ուսուցման ժամանակ աշակերտները պետք է կարողանան օգտվել քարտերից և գրել ցանկացած երկնիշ թիվ: Օգտվելով այդ հանգամանքից` պետք է նրանց սովորեցնել երկնիշ թիվը կարգային գումարելիների գումարի տեսքով գրելը: Այսպես, օրինակ` 35 թիվը գրելու համար օգտվում են այն քարտից, որի վրա գրված

է 30 թիվը և գրոն ծածկում են մեկ ուրիշ քարտով, որի վրա գրված է 5 թիվը: Ուսուցիչը մեկնաբանում է, որ 30 և 5 թվերը 35 թվի կարգային գումարելիներն են: 35–ը կարող ենք պատկերացնել այսպես` 35=30+5: Այնուհետև, օգտվելով դիդակտիկ պարագաներից, պետք է մեկնաբանվեն գումարին թիվ ավելացնելու երեք դեպքերը: Ենթադրենք, պահանջվում է գտնել (3 + 2) + 4 գումարը, որտեղ առաջին գումարելին պատկերված է գումարի տեսքով: Հավաքապաստառի առաջին շարքում կարող ենք դնել 3 կարմիր և 2 կապույտ, իսկ 2–րդ շարքում` 4 կանաչ գույնի շրջաններ: Պահանջել, որ աշակերտներն իմանան, թե ընդամենը քանի շրջան կա: Կարելի է իմանալ երեք եղանակով.

1) Հաշվել առաջին շարքում գտնվող շրջանները` 3 + 2 = 5: Ուրեմն` առաջին շարքում կա 5 շրջան: Այնուհետև 2–րդ շարքի շրջանները տեղափոխել առաջին շարք ու հաշվել բոլոր շրջանների քանակը: Հաշվելով կիմացվի, որ առաջին շարքում ընդամենը եղավ 9 շրջան: Փաստորեն, 3 և 2 թվերի գումարին` 5–ին, ավելացրինք 4: Ուրեմն`

$$(3 + 2) + 4 = 5 + 4 = 9:$$

Այսպիսով, երկու թվերի գումարին որևէ թիվ ավելացնելու համար կարող ենք գտնել այդ երկու թվերի գումարը և ստացած արդյունքին ավելացնել 3–րդ թիվը` 2–րդ գումարելին:

2) Կարող ենք առաջին շարքի 3 կարմիր գույնի շրջանները տեղափոխել 2–րդ շարքի 4 կանաչ շրջանների մոտ, հաշվել նրանց քանակը և ստացված արդյունքին ավելացնել առաջին շարքում մնացած շրջանների թիվը: Այսպիսով, մենք կստանանք.

$$(3+ 2) + 4 = (3 + 4) + 2 = 7 + 2 = 9:$$

3) Կարելի է առաջին շարքի 2 կապույտ գույնի շրջանները տեղափոխել 2–րդ շարքում գտնվող 4 կանաչ գույնի շրջանների մոտ, հաշվել նրանց թիվը և այնուհետև ստացված թվին ավելացնել առաջին շարքում մնացած շրջանների թիվը` 3–ը: Այսինքն`

$$(3 + 2) + 4 = (4 + 2) + 3 = 6 + 3 = 9:$$

Համեմատելով ստացված արդյունքները` աշակերտները պետք է հանգեն այն եզրակացության, որ **գումարին թիվ ավելացնելու համար կարելի է հաշվել գումարը և նրան ավելացնել տրված թիվը կամ գումարելիներից մեկին ավելացնել տրված թիվն ու ստացված արդյունքին գումարել մյուս գումարելին:**

§ 3.3. Թվին գումար ավելացնելը

Հաճախ բանավոր հաշվումների ժամանակ երկնիշ թվին միանիշ կամ երկնիշ թիվ գումարելու համար անհրաժեշտ է լինում երկրորդ գումարելին ներկայացնել երկու այնպիսի թվերի գումարի տեսքով, որոնցից մեկին գումարելով առաջին գումարելին` ստանում ենք կլոր տասնյակներ: Այնուհետև այդ կլոր տասնյակներին ավելացվում է մյուս գումարելին` մյուս թիվը: Այսպես, օրինակ`

$$36 + 7 = 36 + (4 + 3) = (36 + 4) + 3 = 40 + 3 = 43:$$

Օգտվելով դիդակտիկ պարագաներից` կարելի է մեկնաբանել թվին գումար ավելացնելու օրենքը: Այսպես, ենթադրենք` պահանջվում է հաշվել 4 + (2 + 1) գումարը: Հավաքապաստառի առաջին շարքում պետք է դնել 4 կարմիր գույնի, իսկ երկրորդում` 2 կապույտ, և դրանցից քիչ հեռու` մեկ կանաչ գույնի շրջաններ: Կարելի է հաշվել երեք եղանակով.

1) Կարելի է նախ իմանալ, թե երկրորդ շարքում քանի շրջան կա և ապա ստացված արդյունքը ավելացնել առաջին շարքում գտնվող շրջանների թվին (կարելի է նրանք տեղափոխել առաջին շարք և հաշվել շրջանների ընդհանուր թիվը): Ուրեմն`

$$4 + (2 + 1) = 4 + 3 = 7:$$

2) Կարելի է առաջին շարք տեղափոխել 2–րդ շարքի երկու շրջանները, հաշվել ստացված շրջանների թիվը, որից հետո այնտեղ տեղափոխել նաև մնացած մեկ կանաչ գույնի շրջանը ու իմանալ բոլոր շրջանների քանակը: Այսպիսով`

$$4 + (2 + 1) = (4 + 2) + 1 = 6 + 1 = 7:$$

3) Կարելի է առաջին շարքի 4 շրջանների մոտ տեղափոխել նախ կանաչ գույնի մեկ շրջանը, հետո` կապույտ գույնի 2 շրջանները ու հաշվել ընդհանուր քանակը: Ուրեմն`

$$4 + (2 + 1) = (4 + 1) + 2 = 5 + 2 = 7:$$

Ընդհանրացնելով արդյունքները` աշակերտները պետք է հանգեն այն եզրակացության, որ **թվին գումար ավելացնելու համար կարելի է հաշվել այդ գումարը և ավելացնել թվին, կամ թվին նախ ավելացնել գումարելիներից մեկը, հետո` մյուսը:**

Այդ մեկնաբանությունից հետո աշակերտներին պետք է առաջադրել օրինակներ և պահանջել, որ նրանք նախ այդ օրինակները լուծեն երեք եղանակով, իսկ հետո նշեն, թե որ եղանակն է հարմարը: Օրինակ`

$$6 + (4 + 3) = (6 + 4) + 3 = 10 + 3 = 13:$$
$$6 + (4 + 3) = (6 +3) + 4 = 9 + 4 = 13:$$
$$6 + (4 + 3) = 6 + 7 = 13:$$

Հարմար է առաջին եղանակը:

§ 3.4. Գումարից թիվ հանելը

Այս օրենքի մեկնաբանման համար կարելի է օգտվել տարբեր դիդակտիկ պարագաներից` մրգերով կամ բանջարեղենով ափսեներից, ջրով լցված դույլերից և այլն: Կարևորն այն է, որ բացահայտվի օրենքի էությունը:

Դիդակտիկ պարագաներով աշխատանքը երեխաներին պետք է օգնի նրանց պատկերացման մեջ ստեղծելու որոշակի մոդել` առարկաների բազմությունների հետ համապատասխան թվաբանական գործողություններ կատարելու համար:

Գումարից թիվ հանել կարելի է տարբեր եղանակներով` կարելի է գրառմանը համապատասխան հաշվել գումարը և ստացված արդյունքից հանել թիվը, կարելի է նաև թիվը հանել գումարելիներից մեկից (եթե հնարավոր է), և ստացված արդյունքը գումարել մյուս գումարելիին:

Այժմ ցույց տանք, թե այդ աշխատանքն ինչպես կարելի է կատարել: Ենթադրենք` պահանջվում է հաշվել (7 + 4) – 2 արտահայտության արժեքը: Երեխաները կարող են կարդալ և հաշվել այդ արտահայտության արժեքը մեկ եղանակով` հաշվելով 7 + 4 գումարը և ստացված արդյունքից հանելով 2–ը: Այսինքն`

$$(7 + 4) - 2 = 11 - 2 = 9:$$

Ուսուցիչն ասում է, որ երեխաներն այսօր կսովորեն գումարից թիվ հանելու այլ եղանակներ: Ենթադրենք, թե 7–ը ցույց է տալիս մեկ ափսեում, իսկ 4–ը` մյուս ափսեում եղած խնձորների քանակը: Փաստորեն, պահանջվում է 7 + 4 գումարը պակասեցնել 2–ով: Այդ կարելի է անել երկու եղանակով` 7 խնձորից վերցնել 2–ը, մնացած խնձորները տեղափոխել 2–րդ ափսե, որտեղ կար 4 խնձոր և հաշվել այդ ափսեում գտնվող բոլոր խնձորները: Արդյունքում կստացվի 9 խնձոր: Ուրեմն`

$$(7 + 4) - 2 = (7 - 2) + 4 = 5 + 4 = 9:$$

Կարելի է նաև 2–րդ ափսեից վերցնել 2 խնձոր, իսկ մնացածը տեղափոխել առաջին ափսե ու հաշվել նրա մեջ գտնվող խնձորները:

Պարզվում է, որ այս դեպքում ևս ստացվում է 9 խնձոր: Ուրեմն՝

$$(7 + 4) - 2 = 7 + (4 - 2) = 7 + 2 = 9:$$

Այնուհետև երեխաներին պետք է առաջադրել նման տիպի վարժություններ ու պահանջել, որ նրանք երեք եղանակով էլ լուծեն դրանք ու մեկնաբանեն: Հետագայում պետք է երեխաներն ընտրեն ամենահարմար եղանակը: Այսպես, օրինակ՝ (8 + 4) –3 արտահայտության արժեքը հեշտ է հաշվել, եթե 4–ից հանվի 3 միավորը: Այսինքն՝

$$(8 + 4) - 3 = 8 + (4 - 3) = 8 + 1 = 9:$$

Վարժություններ լուծելու միջոցով պետք է երեխաների ուշադրությունը հրավիրել այն հանգամանքի վրա, որ ոչ բոլոր դեպքերում է հնարավոր օգտվել գումարից թիվ հանելու երեք եղանակներից:

Օրինակ՝ (9 + 4) – 5 վարժությունը լուծելու ժամանակ չի կարելի երկրորդ գումարելիից՝ 4–ից, հանել 5–ը (քանի որ փոքր թվից մեծ թիվ հանել չի կարելի): Ուրեմն՝ այդ վարժությունը կարելի է լուծել միայն երկու եղանակով՝

$$(9 + 4) - 5 = 13 - 5 = 8,$$
$$(9 + 4) - 5 = (9 - 5) + 4 = 8:$$

Շարունակելով աշխատանքը՝ պետք է ցույց տալ, որ կան այնպիսի վարժություններ, որոնց լուծման համար կարելի է օգտվել գումարից թիվ հանելու միայն մեկ եղանակից: Օրինակ՝ (5 + 4) – 7: Այստեղ ոչ առաջին և ոչ էլ երկրորդ գումարելիներից չի կարելի հանել 7–ը, ուրեմն՝ պետք է հաշվել 5 + 4 գումարը և ապա ստացված արդյունքից հանել 7–ը, այսինքն՝

$$(5 + 4) - 7 = 9 - 7 = 2:$$

§ 3.5. Թվից գումար հանելը

Հաճախ երկնիշ թվից երկնիշ կամ միանիշ թիվ հանելու համար անհրաժեշտ է լինում հանելին պատկերել երկու գումարելիների գումարի տեսքով, իսկ հետո հարմար եղանակով կատարել հանումը: Այդ պատճառով էլ լավ կլինի, որ աշակերտները տիրապետեն թվից գումար հանելու տարբեր եղանակներին:

Թվից գումար հանելու օրենքի մեկնաբանման համար պետք է օգտվել դիդակտիկ պարագաներից:

Այսպես, ենթադրենք՝ ունենք 6 շրջան և պահանջվում է նրանց թիվը պակասեցնել նախ 2–ով, հետո՝ 3–ով, այսինքն՝

$$6 - (2 + 3):$$

1) Ցուցադրելով 6 շրջանները՝ ուսուցիչը մեկնաբանում է, որ դրանցից փաստորեն վերցվում է 5–ը, և կատարվածը գրվում է թվաբանական գործողության միջոցով.

$$6 - (2 + 3) = 6 - 5 = 1$$

2) 6 շրջանից նախ վերցվում է 2–ը, ապա 4–ից վերցվում է 3–ը: Ուրեմն՝

$$6 - (2 + 3) = (6 - 2) - 3 = 4 - 3 = 1:$$

3) 6 շրջանից նախ վերցվում է 3–ը, ապա մնացած 3–ից՝ 2–ը: Ուրեմն՝

$$6 - (2 + 3) = (6 - 3) - 2 = 3 - 2 = 1:$$

Համեմատելով ստացված արդյունքները՝ աշակերտները պետք է հանգեն այն եզրակացության, *որ թվից գումար հանելու համար կարելի է հաշվել գումարը և այն հանել տրված թվից, կամ թվից կարելի է հանել նախ գումարելիներից մեկը, իսկ հետո ստացված արդյունքից հանել մյուս գումարելին*: Ստացված գիտելիքներն ամրապնդելու նպատակով աշակերտներին պետք է առաջարկել վարժություններ ու պահանջել, որ դրանք լուծեն երեք եղանակով ու տան մեկնաբանում: Օրինակ՝

$$8 - (3 + 4),\ 9 - (2 + 4),\ 7 - (2 + 3) \text{ և այլն:}$$

Որպեսզի երեխաները չշփոթեն գումարից թիվ հանելու և թվից գումար հանելու օրենքները, կարելի է յուրաքանչյուրից առաջադրել մեկական օրինակ և պահանջել, որ նրանք այդ օրինակները լուծեն երեք եղանակով և յուրաքանչյուր դեպքի համար նշեն նրանց միջև եղած տարբերությունները:

§ 3.6. Գումարին գումար ավելացնելը

Երկնիշ թվերի գումարումը երեխաները շատ հեշտ են կատարում, եթե տրված թվերը ներկայացվում են կարգային կամ հարմար գումարելիների գումարի տեսքով: Այդ դեպքում, փաստորեն, գումարին ավելացվում է գումար:

Գումարին գումար ավելացնելու օրենքը պետք է մեկնաբանել դիդակտիկ պարագաների միջոցով: Այսպես, ենթադրենք՝ պահանջվում է գտնել (3 + 2) + (4 + 5) տեսքի գումարը: Նախ աշակերտները պետք է հասկանան, որ այդ գումարի յուրաքանչյուր գումարելի իրենից ներկայացնում է երկու թվերի գումար: Այդ գումարը հաշվելու համար հավաքապաստառի առաջին շարքում կարելի է դնել 3 կարմիր և 2 կապույտ, իսկ երկրորդ շարքում՝ 4 կարմիր և 5 կապույտ գույնի շրջաններ: Շրջանների ընդհանուր թիվն իմանալու համար կարելի է.

1) Հաշվել յուրաքանչյուր շարքում եղած շրջանների քանակը և ստացած թվերն իրար գումարել: Այսինքն՝

$$(3 + 2) + (4 + 5) = 5 + 9 = 14:$$

2) Հաշվել երկու շարքերում գտնվող կարմիր շրջանների քանակն առանձին, իսկ կապույտներինը առանձին ու ստացված արդյունքները գումարել իրար: Այսինքն՝

$$(3 + 2) + (4 + 5) = (3 + 4) + (2 + 5) = 7 + 7 = 14:$$

3) Կարելի է նաև 2-րդ շարքից 5 կապույտ գույնի շրջանները տեղափոխել առաջին շարք, իսկ առաջին շարքում եղած 2 կապույտները՝ 2-րդ շարք, հաշվել յուրաքանչյուր շարքում գտնվող շրջանների քանակը և ստացած թվերն իրար գումարել: Այսինքն՝

$$(3 + 2) + (4 + 5) = (3 + 5) + (4 + 2) = 8 + 6 = 14:$$

Աշակերտները պետք է հասկանան, որ այս դեպքում առաջին գումարի առաջին գումարելիին ավելացրինք երկրորդ գումարի երկրորդ գումարելին, իսկ առաջին գումարի երկրորդ գումարելիին՝ երկրորդ գումարի առաջին գումարելին, այնուհետև ստացված արդյունքներն ավելացրինք իրար:

Պարտադիր չէ, որ ուսուցված օրենքները աշակերտները հիշեն անգիր: Նրանք պետք է կարողանան օգտվել այդ օրենքներից միայն հաշվումների ժամանակ: Օրինակ՝

$$67 + 25 = (60 + 7) + (20 + 5) = (60 + 20) + (7 + 5) = 80 + 12 = 92:$$

§ 3.7. Գումարից գումար հանելը

Այս օրենքի մեկնաբանման համար ևս պետք է օգտվել դիդակտիկ պարագաներից: Ենթադրենք՝ պետք է հաշվել (7 + 5) – (3 + 4) արտահայտության արժեքը: Այստեղ ևս աշակերտները նախ պետք է հասկանան, որ նվազելին ու հանելին տրված են գումարի տեսքով:

Հավաքապաստառի առաջին շարքում դրվում են 7 կարմիր և 5 կապույտ, իսկ 2-րդ շարքում՝ 3 կարմիր և 4 կապույտ գույնի շրջաններ:

1) Կարելի է հաշվել յուրաքանչյուր շարքում եղած շրջանների քանակը և առաջինի արդյունքից հանել երկրորդը: Այսինքն՝

$$(7 + 5) - (3 + 4) = 12 - 7 = 5:$$

Ուրեմն՝ նախ հաշվեցինք տրված գումարները, ապա առաջինի արդյունքից հանեցինք երկրորդը:

2) Կարելի է առաջին շարքի 7 կարմիր գույնի շրջանները պակասեցնել երկրորդ շարքի կարմիր գույնի շրջանների քանակով, այսինքն՝ 3-ով, իսկ 5 կապույտ գույնի շրջանները՝ համապատասխանաբար՝ կապույտների քանակով, այսինքն՝ 4-ով և ստացված արդյունքները գումարել իրար: Այսինքն՝

$$(7 + 5) - (3 + 4) = (7 - 3) + (5 - 4) = 4 + 1 = 5:$$

Այս դեպքում աշակերտները պետք է հասկանան, որ առաջին գումարի առաջին գումարելիից հանեցինք երկրորդ գումարի առաջին գումարելին, իսկ առաջին գումարի երկրորդ գումարելիից՝ երկրորդ գումարի երկրորդ գումարելին, ապա արդյունքները գումարելով իրար՝ ստացանք պատասխանը:

3) Կարելի է նաև առաջին գումարի առաջին գումարելիից հանել երկրորդ գումարի երկրորդ գումարելին, իսկ առաջին գումարի երկրորդ գումարելիից՝ երկրորդ գումարի առաջին գումարելին ու ստացված արդյունքները գումարել: Այսինքն՝

$$(7 + 5) - (3 + 4) = (7 - 4) + (5 - 3) = 3 + 2 = 5:$$

Համեմատելով ստացված թվերը՝ երեխաները տեսնում են, որ երեք դեպքում էլ արդյունքը նույնն է:

Աշակերտների գիտելիքները էլ ավելի կայուն դարձնելու նպատակով պետք է քննարկել նաև այնպիսի օրինակներ, որոնց լուծումը երեք եղանակով տալը միշտ չէ, որ հնարավոր է: Այսպես, օրինակ՝ (7+5)–(6+2) տարբերությունը կարելի է հաշվել միայն երկու եղանակով՝

$$(7 + 5) - (6 + 2) = 12 - 8 = 4,$$

$$(7 + 5) - (6 + 2) = (7 - 6) + (5 - 2) = 1 + 3 = 4:$$

Աշակերտները պետք է հասկանան, որ երրորդ եղանակի դեպքում մենք պետք է փոքր թվից՝ 5-ից հանենք մեծ թիվը՝ 6-ը, որը հնարավոր չէ:

Կիրառելով այդ օրենքը՝ աշակերտները պետք է կարողանան հաշվել 75 – 23, 47 – 14 և այլ տեսքի տարբերությունները:

ԳԼՈՒԽ ԵՐՐՈՐԴ

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ 100-Ի ՍԱՀՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

§ 1. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ՀԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ 20-Ի ՍԱՀՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

20-ի սահմաններում քննարկվում են գումարման և հանման հետևյալ դեպքերը.

1. գումարում և հանում առանց կարգային անցման,
2. գումարում և հանում կարգային անցումով:

Նախքան այդ դեպքերի ուսուցումը անհրաժեշտ է ամրապնդել «տասնյակ» հասկացությունը, երկնիշ թվերի ստացման և կազմության վերաբերյալ աշակերտների գիտելիքները: Այդ ընթացքում լուծում են օրինակներ, որոնք կապված են թվարկության հարցերի հետ.

10 + 5, 15 – 5, 15 – 10
15 + 1, 15 – 1:

Որպես զննականություն կարելի է կիրառել հաշվեձողիկներ, համրիչ, աբակ, տասնյակ պատկերող սիմվոլիկ զննականություն և այլն:

Նշված տիպի օրինակներ լուծելուց հետո քննարկվում են երկնիշ թվին միանիշ թվի գումարման և հանման դեպքերը առանց կարգային անցման: Օրինակ՝

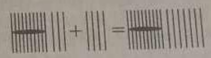
13 + 4 19 – 7
15 + 2 18 – 5
11 + 7 13 – 2

Նման օրինակներ լուծելիս օգտվում են գումարին թիվ ավելացնելու և գումարից թիվ հանելու օրենքներից, սակայն, բացահայտ դրանք չեն սահմանվում.

$$13 + 4 = (10 + 3) + 4 = 10 + (3 + 4) = 10 + 7 = 17$$

$$17 - 4 = (10 + 7) - 4 = 10 + (7 - 4) = 10 + 3 = 13$$

Ներկայիս գործող դասագրքերում նման երկար գրառումներ չեն կատարվում: Աշակերտները գտնում են արտահայտության արժեքը՝ կատարելով համապատասխան գործնական աշխատանք, ավելացնելով կամ պակասեցնելով առարկաները՝ շրջաններ, հաշվեձողիկներ և այլն:



13 + 4 = 17

17 – 4 = 13

Այս դեպքերը քննարկելիս աշակերտները եզրակացնում են, որ միավորները գումարում են երկնիշ թվի միավորներին,և հանելիս՝ հանում երկնիշ թվի միավորներից:

Առաջին դասարանում 2-րդ տասնյակի սահմանում քննարկվում են նաև գումարման այն դեպքերը, երբ **միանիշ թվին միանիշ թիվ գումարելիս արդյունքը գերազանցում է 10-ին:**

Երկրորդ տասնյակում գումարման այդ դեպքերի ուսուցմանը պետք է նախորդի որոշակի նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում պետք է ուշադրության կենտրոնում պահել հետևյալ հարցերը.

1) 5-ից մինչև 9-ը թվերի կազմությունը:
2) Միանիշ թվին այնպիսի միանիշ թիվ գումարելը, որ արդյունքում ստացվի 10:
3) Քանոնի սանդղակի միջոցով միանիշ թվերի գումարումը:
4) Սովորած գումարման դեպքերի վերհիշումը:

Այժմ քննարկենք 6, 7, 8, 9 թվերին 5 թիվը գումարելու դեպքերը: 6+5 գումարը հաշվելու համար կարելի է սեղանին դնել 6 կարմիր և 5 կապույտ գույնի շրջաններ ու պահանջել, որ աշակերտներն իմանան շրջանների ընդհանուր քանակը: Այդ նպատակով նրանք պետք է կապույտ գույնի շրջանները մեկ-մեկ մոտեցնեն կարմիր գույնի շրջաններին և յուրաքանչյուր դեպքում ասեն ստացված արդյունքը՝ 7, 8, 9, 10: Հենց որ աշակերտներն անվանում են 10-ը, ուսուցիչն ընդհատում է ու պարզաբանում, թե ինչպես ստացվեց 10-ը: Պարզվում է, որ 6-ին ավելացրին 4 և ստացան 10: Իսկ 10-ին մնացած 1-ը ավելացնելը երեխաները կատարում են հեշտությամբ: Այսպիսով՝ 6 + 5 գումարը հաշվելու համար 5–ը պատկերացնում ենք 4 և 1 թվերի գումարի տեսքով, այնուհետև 6-ին ավելացնում ենք 4–ը, որպեսզի ստացվի 10 և ստացված 10–ին ավելացնում ենք մնացած 1–ը: Արդյունքում ստանում ենք մեկ տասնյակ և մեկ միավոր, կամ՝ 11 միավոր:

Ուրեմն՝ $6 + 5 = 11$:

Գումարման այդ դեպքը կարելի է բացատրել նաև քանոնի սանդղակի միջոցով: Քանոնի սանդղակի վրա գտնում ենք այն նշագիծը, որին համապատասխանում է 6 թիվը ու նրանից աջ հաշվում 5 նշագիծ. վերջին նշագծին կհամապատասխանի 11 թիվը: Ուրեմն՝ $6 + 5 = 11$:

Կարելի է գրառել՝ $\dfrac{6+5=\square}{6+4+1}$ կամ $6+\underset{4\ \ 1}{\underbrace{5}}=\square$ տեսքով:

Փորձը ցույց է տալիս, որ որոշ աշակերտներ իրենք են առաջարկում $6 + 5$ գումարը գտնելու այլ եղանակներ: Այսպես, օրինակ՝ 5–ը և 5–ը տալիս է 10, ուրեմն՝ 6 և 5 թվերի գումարը կտա 11 (10–ից մեկով ավելի):

$7 + 5$ գումարը գտնելու համար նախ պետք է ասել, որ 5–ը կարելի է պատկերել նաև 3–ի և 2–ի գումարի տեսքով՝ $5 = 3 + 2$ կամ 5–ը կազմված է 3–ից և 2–ից: Ուսուցիչը զրույցի միջոցով մեկնաբանում է, որ 10 ստանալու համար 7–ին պետք է գումարել 3: Ուրեմն՝ $7+3=10$, բայց պետք է գումարեինք 5, նշանակում է 10–ին պետք է ավելացնենք մնացած 2–ը: 10–ի և 2–ի գումարը աշակերտները գտնում են հեշտությամբ՝ $10 + 2 = 12$: Ուրեմն՝ $7 + 5 = 12$:

Կարելի է գրառել՝ $\dfrac{7+5=\square}{7+3+2}$ կամ $7+\underset{3\ \ 2}{\underbrace{5}}=\square$

Գումարման այդ դեպքը ևս կարելի է բացատրել դիդակտիկ պարագաների օգնությամբ, քանոնի սանդղակի միջոցով: Նման ձևով ուսուցվում են $8 + 5$, $9 + 5$ դեպքերը:

$\dfrac{8+5=\square}{8+2+3}$ կամ $8+\underset{2\ \ 3}{\underbrace{5}}=\square$; $\dfrac{9+5=\square}{9+1+4}$ կամ $9+\underset{1\ \ 4}{\underbrace{5}}=\square$

Յուրաքանչյուր դասվար պետք է լավ պատկերացում ունենա գումարի զուգորդական օրենքի մասին, որովհետև գումարման այդ (և մնացած) դեպքերի ուսուցման ժամանակ, փաստորեն, մենք օգտվում ենք այդ օրենքից՝ աշակերտներին բացահայտ կերպով այդ մասին ոչինչ չասելով: Այսպես՝

$$8 + 5 = 8 + 2 + 3 = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13:$$

Հանման համապատասխան դեպքերի ուսուցման համար պետք է կրկնել 5 թվի կազմությունը. $5 = 4 + 1$, $5 = 3 + 2$: Նախ պետք է ուսուցանել այն դեպքերը, երբ նվազելին 10–ից փոքր է՝ $6 - 5$, $7 - 5$, $8 - 5$, $9 - 5$: Այդ բոլոր դեպքերի ուսուցումը հեշտությամբ կատարվում է դիդակտիկ պարագաների միջոցով: Այսպես, օրինակ՝ $6 - 5$ դեպքի ուսուցման համար կարելի է սեղանին դնել 6 տետր և նրանցից 5–ը վերցնել: Գործնականորեն երեխաները համոզվում են, որ $6 - 5 = 1$: $10 - 5$ դեպքի ուսուցման համար կարելի է օգտվել ինչպես դիդակտիկ պարագաներից, այնպես էլ 10 թվի կազմությունից՝ $10 = 5 + 5$: Այդ դեպքում $10 - 5$ տարբերությունը փոխարինվում է $(5 + 5) - 5$ տարբերությամբ, որի նվազելին տրված է գումարի տեսքով, իսկ եթե գումարից հանենք գումարելիներից մեկը, ապա կստացվի մյուս գումարելին: Ուրեմն՝ $10 - 5 = 5$:

Առաջին հայացքից թվում է, թե այդ եղանակով ուսուցանելը դժվար է: Եթե դա իրոք այդպես է, ապա չպետք է մոռանանք, որ տարրական դասարաններում մաթեմատիկայի դասընթացի տեսական հարցերն ուսուցվում են օրինակների և խնդիրների լուծման միջոցով:

$11 - 5$, $12 - 5$ և մնացած դեպքերը մեկնաբանելիս օգտվում ենք թվից գումար հանելու օրենքից.

$$11 - 5 = 11 - (1 + 4) = (11 - 1) - 4 = 10 - 4 = 6,$$
$$12 - 5 = 12 - (2 + 3) = (12 - 2) - 3 = 10 - 3 = 7 \text{ և այլն:}$$

20–ի սահմանում հանման դեպքերի ուսուցման ժամանակ պետք է օգտվել հանելիի կազմությունից: Այն պետք է պատկերել այնպիսի հարմար գումարելիների գումարի տեսքով, որ նվազելիից հանելով առաջին գումարելին՝ ստացվի մեկ տասնյակ, այնուհետև այդ տասնյակից հանել մյուս գումարելին:

Այդ դեպքերի ուսուցման ժամանակ պետք է աշակերտների գիտակցությանը հասցնել այն, որ հեշտ է նվազելին փոքրացնել այնքան միավորով, որ արդյունքում ստացվի մեկ տասնյակ, իսկ այնուհետև այդ տասնյակից հանել հանելիի մնացած միավորների քանակը:

Ընդհանրացնելով 5–ի գումարման և հանման համապատասխան դեպքերը՝ պետք է կազմել աղյուսակներ:

$0 + 5 = 5$	$5 + 5 = 10$	$5 - 5 = 0$	$10 - 5 = 5$
$1 + 5 = 6$	$6 + 5 = 11$	$6 - 5 = 1$	$11 - 5 = 6$
$2 + 5 = 7$	$7 + 5 = 12$	$7 - 5 = 2$	$12 - 5 = 7$
$3 + 5 = 8$	$8 + 5 = 13$	$8 - 5 = 3$	$13 - 5 = 8$
$4 + 5 = 9$	$9 + 5 = 14$	$9 - 5 = 4$	$14 - 5 = 9$

Միանիշ թվերին 6, 7, 8, 9 թվերը գումարելու և հանելու համապատասխան դեպքերը ուսուցվում են նույն մեթոդով: Ուստի դիտարկենք միայն 6-ի գումարման և համապատասխան հանման դեպքերը:

6 թիվը 6, 7, 8, 9 թվերին գումարելու դեպքերի ուսուցման համար նախապատրաստական աշխատանքների ժամանակ պետք է կրկնել 6 թվի կազմությունը: Այդ նպատակով կարելի է քննարկել հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

1) 6–ը 4–ն է և էլի ինչքա՞նը,
2) 6–ը 5–ն է և էլի ինչքա՞նը,
3) 6–ը 1–ն է և էլի ինչքա՞նը,
4) 6–ը 3–ն է և էլի ինչքա՞նը:

Արդյունքում պետք է յուրաքանչյուր աշակերտ իմանա, որ $6 = 4 + 2$, $6 = 5 + 1$, $6 = 1 + 5$, $6 = 3 + 3$ և այլն:

Այնուհետև պետք է պարզել, թե 6–ին ինչքան պետք է ավելացնել, որպեսզի ստացվի 10: Պարզվում է, որ $6 + 4 = 10$:

Այդպիսի աշխատանքից հետո պետք է անցնել 6–ի գումարման հետևյալ դեպքերի ուսուցմանը.

$$6 + 6,\ 7 + 6,\ 8 + 6,\ 9 + 6:$$

6 + 6 գումարը գտնելու համար աշակերտները պետք է կռահեն, որ 6–ը 4 և 2 թվերի գումարն է: Ուրեմն՝

$$\frac{6+6=\square}{6+4+2} \text{ կամ՝ } 6+\underbrace{6}_{4\ \ 2}=\square$$

Նախ 6–ին ավելացնում ենք 4–ը և ստանում մեկ տասնյակ, ապա այդ տասնյակին ավելացնելով մնացած 2 միավորը, ստանում ենք գումարը՝ 12:

Եթե աշակերտները դժվար են հասկանում այդ մեկնաբանությունը, ապա 6 + 6 գումարը գտնելու համար կարելի է օգտվել խաղանիշերից: Սեղանին դնել 6 կարմիր և 6 կապույտ գույնի խաղանիշ: Բոլոր խաղանիշերի քանակը իմանալու համար կարմիր խաղանիշերին մեկ–մեկ մոտեցնում են կապույտ խաղանիշերը՝ բարձրաձայն ասելով հաշվումների արդյունքները՝ 7, 8, 9, 10, 11, 12: Պարզվում է, որ նախ՝ 6–ին ավելացնելով 4–ը, ստացվում է 10, այնուհետև՝ 10–ին ավելացնելով 2–ը ստացվում է 12: Ուրեմն՝

$$6 + 6 = 12:$$

Այդ նույն արդյունքը կստացվի, եթե հաշվումները կատարվեն քանոնի սանդղակի վրա:

7 + 6 գումարը կարելի է գտնել 6–ի կազմությունից ելնելով, կամ քանոնի սանդղակի միջոցով: Քանոնի վրա գտնում ենք 7 թվին համապատասխանող նշագիծը և նրանից աջ կատարում ենք 6 «քայլ»: Յուրաքանչյուր քայլից հետո բարձրաձայն ասում ենք ստացված թիվը՝ 8, 9, 10: Ուրեմն՝ 7–ին ավելացնելով 3 ստացվում է 10: Բայց 3–ը 6–ի միայն մի մասն է: Ուրեմն՝ ստացված 10–ին պետք է ավելացնենք 6–ի մնացած մասը՝ 3–ը: Իսկ 10–ին երեք ավելացնելը երեխաները կարողանում են կատարել հեշտությամբ: Եթե այդ հարցում նրանք դժվարանում են, ապա 7–ից աջ կատարվող «քայլերի» հաշվման գործընթացը կարելի է շարունակել՝ 11, 12, 13: Երկու դեպքում էլ կստացվի միևնույն արդյունքը՝

$$7 + 6 = 13:$$

8 + 6 գումարը հաշվելու համար կարելի է օգտվել ինչպես խաղանիշերից, այնպես էլ քանոնի սանդղակից: Բայց նպատակահարմար է երեխաներին հիշեցնել 6–ի կազմությունը որպես 2 և 4 թվերի գումար՝ $6 = 2 + 4$: Այնուհետև պետք է առաջադրել հարց՝ 8–ին ինչքա՞ն պետք է ավելացնենք, որպեսզի ստանանք 10: Պարզվում է, որ 8–ին պետք է ավելացնենք 2, որպեսզի ստացվի 10: Իսկ 2–ը 6–ի մի մասն է, իսկ մենք պետք է 8–ին ավելացնենք 6 և ոչ թե 2: Նշանակում է ստացված արդյունքին՝ 10–ին, պետք է ավելացնել 6–ի մյուս մասը՝ 4–ը, այսինքն՝ $10 + 4 = 14$: Նշանակում է՝ $8 + 6 = 14$:

Դասագրքում գրառումները կատարված են հետևյալ տեսքով.

$$\frac{8+6=\square}{8+2+\square} \text{ կամ՝ } 8+\underbrace{6}_{2\ \ 4}=\square$$

Եթե աշակերտները չեն կարողանում գուշակել, թե երկրորդ տողում վանդակն ինչ թվով պետք է փոխարինել, ապա ուսուցիչը նորից է հիշեցնում 6 թվի կազմությունը՝ $6 = 2 + 4$:

9 + 6 դեպքն ուսուցվում է հետևյալ ձևով՝

$$\frac{9+6=\square}{9+1+5} \text{ կամ՝ } 9+\underbrace{6}_{1\ \ 5}=\square$$

Հեշտ է առաջին գումարելին՝ 9–ը, լրացնել մինչև 10–ը, հետո ստացված արդյունքին՝ 10–ին ավելացնել 5–ը: Ուրեմն՝ $9 + 6 = 15$:

Նպատակահարմար է գրառել միանիշ թվին 6 գումարելու բոլոր ուսուցված դեպքերի աղյուսակը և պահանջել, որ աշակերտներն այն սովորեն անգիր.

$$0 + 6 = 6 \qquad 5 + 6 = 11$$
$$1 + 6 = 7 \qquad 6 + 6 = 12$$
$$2 + 6 = 8 \qquad 7 + 6 = 13$$
$$3 + 6 = 9 \qquad 8 + 6 = 14$$
$$4 + 6 = 10 \qquad 9 + 6 = 15$$

20-ի սահմանում թվից 6 հանելու դեպքերը, երբ արդյունքում ստացվում է միանիշ թիվ, դիտարկենք 15 – 6 օրինակի վրա:

15 – 6 տարբերությունը հաշվելու համար կարելի է օգտվել ինչպես գումարից թիվ հանելու, այնպես էլ թվից գումար հանելու օրենքներից.

$$15 - 6 = (10 + 5) - 6 = (10 - 6) + 5 = 4 + 5 = 9,$$
$$15 - 6 = 15 - (5 + 1) = (15 - 5) - 1 = 10 - 1 = 9:$$

Նպատակահարմար է 20-ի սահմանում երկու միանիշ թվերի գումարման և համապատասխան հանման դեպքերի ուսուցումից հետո կազմել աղյուսակներ ու պահանջել, որ աշակերտները դրանք սովորեն անգիր:

Թեմայի ուսուցման արդյունքում աշակերտները պետք է.

1. Կարողանան կատարել գումարում և հանում առանց կարգային անցման:
2. Հեշտությամբ կարողանան միանիշ թվին գումարել միանիշ թիվ, երբ արդյունքը գերազանցում է 10-ը:
3. Օգտվելով միանիշ թվերի կազմությունից` 20-ի սահմանում երկնիշ թվից կարողանան հանել միանիշ թիվ, երբ արդյունքում ստացվում է միանիշ թիվ:
4. Կարողանան անվանել գումարման և հանման գործողությունների բաղադրիչների և արդյունքների անվանումները:
5. Գիտակցորեն յուրացնեն գումարի տեղափոխական օրենքը և այն կիրառեն հաշվումների ժամանակ:
6. Կարողանան հեշտությամբ լուծել գումարման և հանման գործողությամբ լուծվող ցանկացած պարզ խնդիր:
7. Կարողանան լուծել երկու գործողությամբ օրինակներ:
8. Կարողանան օգտվել գումարման ուղղանկյունաձև աղյուսակից:

§ 2. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ՀԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ 21–100 ԹՎԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Նշենք, որ 100-ի սահմանում գումարման և հանման գործողությունների ուսուցումը փաստորեն սկսվում է դեռևս թվարկության ուսուցման ժամանակ: Այսպես, երեխաներն իմանալով, որ թվին ավելացնելով մեկ միավոր` ստացվում է նրան անմիջապես հաջորդող թիվը, հեշտությամբ կարողանում են հաշվել 35 + 1, 49 + 1 և նույնատիպ այլ գումարներ: Կամ իմանալով, որ թվից մեկ միավոր հանելով` ստանում են այդ թվին անմիջապես նախորդող թիվը, աշակերտները դարձյալ հեշտությամբ կարողանում են ցանկացած թվից հանել մեկ միավոր և ասել ստացված արդյունքը. 24 – 1 = 23, 37 – 1 = 36 և այլն:

Դեռևս 10–20 թվերի թվարկության ուսուցման ժամանակ ուսուցիչը բացատրում է, որ 10-ը 10 միավոր է, որին հաճախ անվանում են «մեկ տասնյակ»: 13-ը մեկ տասնյակ է և 3 միավոր, 15-ը` մեկ տասնյակ և 5 միավոր և այլն: Կամ` մեկ տասնյակ և 4 միավորը 14-ն է, մեկ տասնյակ և 2 միավորը` 12-ն է և այլն:

Այդպիսի բացատրություններից հետո աշակերտներն առանց մեծ դժվարության կարողանում են ասել, թե ինչի են հավասար 10+4, 10 + 3, 10 + 5 գումարները: Այսպես, օրինակ` 10 + 4 գումարը մեկ տասնյակ է և 4 միավոր, այսինքն` 14-ն է: Ուրեմն` 10 + 4 = 14:

21–100-ի սահմանում երկնիշ թվերի գումարման և հանման ուսուցման ժամանակ պետք է օգտվել նրանց կազմությունից: Յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է իմանա, որ երկնիշ թիվը կազմված է տասնյակներից ու միավորներից:

Թեմայի ուսուցումն սկսվում է կլոր տասնյակներին կլոր տասնյակներ գումարելու և կլոր տասնյակներից կլոր տասնյակներ հանելու դեպքերից, որոնք հեշտությամբ մեկնաբանվում են դիդակտիկ պարագաների միջոցով: Այսպես, օրինակ` 50 + 20 գումարը գտնելու համար կարելի է օգտագործել թղթի շերտեր, որոնց վրա նկարված է 10 շրջան: Սակայն գործնականորեն կլոր տասնյակների գումարումը և հանումը աշակերտները կարող են հանգեցնել միանիշ թվերի գումարմանը և հանմանը: Այսպես` 30 + 40 գումարը հաշվելու համար յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է գիտակցի, որ 30-ը 3 տասնյակ է, իսկ 40-ը` 4 տասնյակ: Ուրեմն`

$$\frac{30 + 40 = \square}{3\,\text{տասն.} + 4\,\text{տասն.} = 7\,\text{տասն.}}$$

Երեք տասնյակին ավելացնում ենք 4 տասնյակ, ստանում` 7 տասնյակ, իսկ 7 տասնյակը 70 է: Նույն ձևով է կատարվում նաև կլոր տասնյակներից կլոր տասնյակներ հանելը: Այսպես`

$$\frac{60 - 20 = \square}{6\ \text{տասն.} - 2\ \text{տասն.} = 4\ \text{տասն.}}$$
$$60 - 20 = 40$$

$$\frac{100 - 30 = \square}{10\ \text{տասն.} - 3\ \text{տասն.} = 7\ \text{տասն.}}$$
$$100 - 30 = 70$$

Երեխաները թվարկության ուսուցման ժամանակ պետք է լավ յուրացնեն, որ 10 տասն. = 1 հարյ. = 100: Հետագայում` գումարման դեպքերի ուսուցման ժամանակ, կիրառվում է գումարի զուգորդական հատկությունը, որը 3-րդ դասարանում տրվում է այլ ձևով` երկու կից գումարելիները կարելի է փոխարինել նրանց գումարով: Աշակերտները պետք է կարողանան արագ կողմնորոշվել, թե որ երկու թվերի գումարն է տալիս կլոր տասնյակներ. նախ գումարեն այդ թվերը, հետո նոր մյուս գումարելին ավելացնեն ստացված արդյունքին: Օրինակ`

$3 + 8 + 2 = 3 + 10 = 13$,
$6 + 9 + 1 = 6 + 10 = 16$,
$20 + 40 + 3 = 60 + 3 = 63$ և այլն:

Օգտվելով դիտողականությունից և թվերի կազմությունից` քննարկվում են գումարման և հանման տարբեր դեպքեր: Քննարկենք դրանցից մի քանիսը:

Կլոր տասնյակներին միանիշ թվի գումարում և համապատասխան հանման դեպքերը, որոնց կատարման համար պետք է ամրապնդել թվարկության վերաբերյալ աշակերտների գիտելիքները.

$40 + 7 = 47$
4 տասն. + 7 մ. = 4 տասն. 7 մ.

$34 - 4 = 30$
30 4

$34 - 30 = 4$
30 4

Որից հետո ուսուցվում են երկնիշ թվին միանիշ թվի գումարման և հանման առանց կարգային անցման դեպքերը: Օրինակ` 25 + 3, 67 – 4...

25 + 3 գումարը հաշվելու համար 25-ը պետք է պատկերացնել կարգային գումարելիների գումարի տեսքով` 25 = 20 + 5: Այնուհետև 20 և 5 թվերի գումարին ավելացնել 3: Գրառվում է` 20 + 5 + 3: Ինչպես երևում է, հեշտ է նախ գումարել 5 և 3 իրար հարևան գումարելիները, ուրեմն`

$25 + 3 = 20 + (5 + 3) = 20 + 8$,
$67 - 4 = (60 + 7) - 4 = 60 + (7 - 4) = 60 + 3$:

Նման եղանակով լուծելով մի քանի օրինակներ` պետք է հասնել նրան, որ երեխաներն իրենք հանգեն եզրակացության` միավորները գումարվում են միավորներին և հանվում միավորներից:

Հետո ուսուցվում են այն դեպքերը, երբ երկնիշ և միանիշ թվերի գումարման և հանման արդյունքում ստանում են մոտակա կլոր տասնյակը. 52 + 8, 47 + 3, 76 – 6, 85 – 5: Այս տիպի օրինակները քննարկման միջոցով ամրապնդվում է «տասնյակ» հասկացությունը, տասնյակի ստացման դեպքերը: Դա նախապատրաստում է աշակերտներին կարգային անցումով դեպքերի յուրացմանը:

100-ի սահմաններում ուսուցվում են երկնիշ թվին միանիշ թվի գումարման և հանման առանց կարգային անցման դեպքերը:

Քննարկելով 23 + 50, 60 + 35, 54 – 20 տեսքի օրինակների լուծումները` աշակերտները պետք է եզրակացնեն, որ տասնյակները գումարվում են տասնյակներին և հանվում տասնյակներից: Այսպես`

$23 + 50 = (20 + 3) + 50 = (20 + 50) + 3 = 70 + 3 = 73$,
$60 + 35 = 60 + (30 + 5) = (60 + 30) + 5 = 90 + 5 = 95$,
$54 - 20 = (50 + 4) - 20 = (50 - 20) + 4 = 30 + 4 = 34$:

Երկնիշ թվերի գումարումն ու հանումը առանց կարգային անցման, ինչպես նաև նախորդ բոլոր դեպքերը բանավոր հաշվումների կատարման դեպքեր են: Օրինակ` 34 + 25, 27 + 41 և այլն, 57 – 24, 76 – 32 և այլն: Այս դեպքերի ուսուցումը կատարվում է զննական: Փաստորեն կիրառվում է գումարին գումար ավելացնելու և գումարից գումար հանելու օրենքները` այս մասին ոչինչ չասելով:

Այնուհետև պետք է քննարկել մի շարք օրինակների լուծումներ` հետապնդելով այն նպատակը, որ երեխաները հասկանան երկնիշ թվին երկնիշ թիվ գումարելու և հանելու կանոններն ամբողջությամբ:

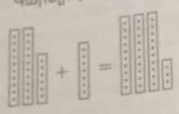
1. **Տասնյակները գումարվում են տասնյակներին, միավորները` միավորներին, ապա արդյունքները` իրար** (փոխանցումների մասին կխոսվի հետագայում):
2. **Հանման ժամանակ միավորները հանվում են միավորներից, տասնյակները` տասնյակներից** (փոխառնելու մասին կխոսվի հետագայում), **և արդյունքները գումարվում:**

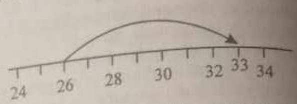
21–100 թվերի սահմաններում քննարկվում են նաև երկնիշ թվին միանիշ և երկնիշ թվի գումարման ու երկնիշ թվից միանիշ և երկնիշ թվի հանման դեպքերը, երբ տեղի է ունենում կարգային անցում.

36 + 7, 47 + 5, 26 + 35, 48 + 27 և այլն,
35 – 7, 43 – 5, 42 – 16, 75 – 18 և այլն:

Օգտվելով զննականությունից, լուծելով նշված տիպի օրինակներ՝ աշակերտները պետք է հանգեն եզրակացության. եթե միավորները գումարելիս ստացվում է մեկ տասնյակ և ավելի, ապա տասնյակների թիվը մեկով ավելանում է. 26 + 7 = 20 + (6 + 7) = 20 + 13 = 30 + 3 = 33:

Կարելի է օգտվել նաև թվային սանդղակից:





Հանման դեպքում՝ 26 – 7, պետք է նշված 26 թվից «քայլել» դեպի ձախ 7 միավոր և նշել համապատասխան թիվը՝ 19-ը:

Կարելի է կիրառել նաև հետևյալ հնարը.

26 + 7 = 20 + (6 + 7) = 33 (ոչ բացահայտ կերպով կիրառվում է թվին գումար ավելացնելու կանոնը):
20 6

100-ի սահմանում երկնիշ թվից միանիշ թվի հանման բոլոր հնարավոր դեպքերի ուսուցման համար աշակերտները պետք է կարողանան տրված թվից անջատել մեկ տասնյակ, տրված հանելին պատկերել երկու հարմար գումարելիների գումարի տեսքով և այնուհետև թվից հանել այդ գումարը: Բերենք օրինակներ.

30 – 4 = (20 + 10) – 4 = 20 + (10 – 4) = 20 + 6 = 26,
43 – 7 = 43 – (3 + 4) = (43 – 3) – 4 = 40 – 4 = 36,
92 – 5 = 92 – (2 + 3) = (92 – 2) – 3 = 90 – 3 = 87,
35 – 7 = 35 – (5 + 2) = (35 – 5) – 2 = 28:

Գումարման դեպքերի ուսուցման համար 2-րդ գումարելին պետք է պատկերել այնպիսի հարմար գումարելիների գումարի տեսքով, որ նրանցից մեկն ավելացնելով առաջին գումարելիին, ստացվի կլոր տասնյակներ: Բերենք օրինակներ.

26 + 7 = 26 + (4 + 3) = (26 + 4) + 3 = 30 + 3 = 33,
67 + 5 = 67 + (3 + 2) = (67 + 3) + 2 = 70 + 2 = 72,
46 + 9 = 46 + (4 + 5) = (46 + 4) + 5 = 50+ 5 = 55:

Կարգային անցումով երկնիշ թվերի գումարումը և հանումը սկզբնական շրջանում նս կատարվում է բանավոր՝ օգտվելով զննականությունից:

42 + 19, 57 + 24, 64 – 27, 71 – 36 և այլն դեպքերի ուսուցման ժամանակ աշակերտները ծանոթանում են հաշվումների տարբեր հնարներին:

Այսպես. 45 + 27 = 45 + 20 + 7 = 72
20 7

կամ՝ 45 + 27 = 40 + 20 + 5 + 7 = 60 + 12 = 72
40 5 20 7

Հանման դեպքում կիրառվում է հետևյալ հնարը.

64 – 27 = 64 – 20 – 7 = 44 – 7 = 37
20 7

100-ի սահմաններում գումարման և հանման դեպքերի բանավոր ուսուցման ժամանակ կարելի է օգտվել նաև հետևյալ հնարից (որը ոչ բոլոր երեխաներն են հեշտությամբ յուրացնում). երկրորդ բաղադրիչը կլորացնում են մինչև մոտակա տասնյակները և գումարման դեպքում արդյունքից հանում այնքան միավոր, որքանով մեծացվել է երկրորդ բաղադրիչը, իսկ հանման դեպքում՝ գումարվում է:

Օրինակ.

45 + 9 = 45 + 10 – 1 = 55 – 1 = 54,
46 – 8 = 46 – 10 + 2 = 36 + 2 = 38:

Այնուհետև աշակերտները ծանոթանում են գումարման և հանման գործողությունների կատարման գրավոր եղանակներին: Երեխաները գրավոր պետք է կատարեն այն, ինչ բանավոր կատարելը դժվար է:

21–100 թվերի սահմաններում ուսուցվում է երկնիշ թվերի գրավոր գումարումն ու հանումը: Նպատակահարմար է նախ քննարկել այնպիսի օրինակներ, երբ գումարման արդյունքում կարգային միավորների փոխանցում տեղի չի ունենում, իսկ հանման ժամանակ տասնավորները չեն տրոհվում միավորների: Օգտվելով երկնիշ թվերի գումարման և հանման մասին աշակերտների ունեցած գիտելիքներից՝ ուսուցիչը կարող է մեկնաբանել հաշվումների գրավոր կատարման ալգորիթմը (հաշվեկանոնը): Ենթադրենք՝ պահանջվում է հաշվել 25 + 31 գումարը: Աշակերտները գիտեն, որ այն կարելի է կատարել հետևյալ կերպ.

$$25 + (30 + 1) = (25 + 30) + 1 = 56:$$

Ուսուցիչը բացատրում է, որ այդ գումարը կարելի է հեշտությամբ գտնել, եթե նախ գրենք առաջին գումարելին, իսկ նրանից ներքև՝ տակը, երկրորդ գումարելին, բայց այնպես, որ տասնավորները գրված լինեն տասնավորների տակ, իսկ միավորները՝ միավորների տակ: Այդ երկու գումարելիների ձախից՝ թվերին մոտ, համապատասխան տողի վրա դրվում է գումարման նշանը՝ «+», իսկ երկրորդ գումարելիի անմիջապես ներքևից տարվում է հորիզոնական գիծ, որի տակ էլ գրվում է գումարի արդյունքը: Ստացվում է այսպիսի գրառում.

$$\begin{array}{r} 25 \\ +\;31 \\ \hline 56 \end{array}$$

Եթե 2 տասնյակին գումարենք 3 տասնյակ, կստացվի 5 տասնյակ. այն գրվում է տասնյակների տակ: Իսկ եթե 5 միավորին գումարենք 1 միավոր, կստանանք 6 միավոր, դա էլ գրվում է միավորների տակ: Ուրեմն՝ 25 + 31 = 56:

Այժմ ենթադրենք՝ պահանջվում է 57–ից հանել 23: Մեկնաբանվում է, որ հանման ժամանակ ևս կարելի է թվերը դասավորել սյունակաձև՝ գումարմանը համանման, միայն թե «+» նշանի փոխարեն դնելով «–» նշանը ու կատարել գործողությունը.

$$\begin{array}{r} 57 \\ -\;23 \\ \hline 34 \end{array}$$

5 տասնյակից հանելով 2 տասնյակ, ստացվում է 3 տասնյակ, որը գրվում է տասնյակների տակ, իսկ 7 միավորից հանելով 3 միավորը, ստացվում է 4 միավոր, որն էլ գրվում է միավորների տակ: Ստացվում է 3 տասնյակ և 4 միավոր, կամ որ նույնն է՝ 34:

Նախքան գումարման և հանման ընդհանուր դեպքերի ուսուցումը, պետք է աշակերտներին պարզաբանել, որ միշտ չէ, որ հարմար է գումարումը սկսել տասնյակներից (նույնը նաև հանման դեպքում), որովհետև որոշ դեպքերում միավորների գումարումից կազմվում է ևս տասնյակ և այդ դեպքում մենք պետք է գրված տասնյակների թվին ավելացնենք ևս մեկ տասնյակ: Ուրեմն՝ տասնյակների թիվը պետք է ջնջել ու նորից գրել՝ գրել ճիշտը: Այսպես.

$$\begin{array}{r} 37 \\ +\;15 \\ \hline 52 \end{array}$$

37 + 15 գումարը գտնելու համար 7 միավորին գումարում ենք 5 միավոր ու ստանում 12 միավոր, որը հավասար է 1 տասնյակի և 2 միավորի: 2 միավորը գրում ենք միավորների տակ, իսկ մեկ տասնյակն ավելացնում ենք տասնյակների թվին՝ 4–ին ու ստանում 5, դա էլ գրում ենք տասնյակների տակ, այսինքն՝ 37 + 15 = 52: Գումարումն սկսում են ցածր կարգից:

Համանման ձևով հիմնավորվում է, որ հանման ժամանակ ևս նախ միավորներից է պետք միավորները հանել, ապա միայն տասնյակներից՝ տասնյակները: Այսպես, օրինակ, եթե պահանջվում է 42–ից հանել 27, ապա 4 տասնյակից 2 տասնյակ հանելով՝ կստանանք 2 տասնյակ, բայց 2 միավորից 7 միավոր հանել չենք կարողանա՝ հնարավոր չէ: Ուրեմն՝

$$\begin{array}{r} \dot{4}2 \\ -\;27 \\ \hline 15 \end{array}$$

Այդ օրինակը լուծելու համար 4 տասնյակից վերցվում է մեկը, տրոհվում 10 միավորի: Որպեսզի չմոռացվի, որ 4 տասնյակից մեկ տասնյակը վերցված է, 4–ի վերևում դրվում է կետ: Վերցրած 10 միավորին ավելացվում է նվազելիի 2 միավորը, ստացվում է 12 միավոր, որից էլ հանելով հանելիի 7 միավորը՝ ստացվում է 5 միավոր, ինչն էլ գրվում է միավորների տակ: Մնացած 3 տասնյակից հանելով 2 տասնյակը ստացվում է 1 տասնյակ, որն էլ գրվում է տասնյակների տակ:

Այսպիսով ստացվեց, որ 42 – 27 = 15:

Սկզբնական շրջանում պետք է պահանջել, որ գործողությունները կատարելիս աշակերտները տան մանրամասն բացատրություններ, իսկ հետագայում՝ երբ վարժվեն, այդ բացատրությունները պետք է կրճատվեն, ու հաշվումները հասցվեն ավտոմատացման: Սակայն չպետք է մոռանալ, որ նրանք ցանկացած ժամանակ պետք է կարողանան տալ մանրամասն բացատրություններ գումարման ու հանման գործողությունների կատարման մասին:

Գործող դասագրքերում հանդիպում ենք երկնիշ թվից միանիշ թվի հանման այսպիսի դեպքերի.

$$23 - 8 = 23 - 3 - 5 = 20 - 5 = 15:$$

Փաստորեն, ոչ բացահայտ կերպով կիրառվում է թվից գումարը հանելու օրենքը. $23 - (3 + 5)$, որն ըստ նոր ծրագրերի՝ դժբախտաբար չի տրվում:

Այլ օրինակ. $56 - 9 = 50 - 9 + 6$, որն երեխաների համար հասկանալի չէ: Եթե գրվի $56 - 9 = 56 - (6 + 3) = (56 - 6) - 3 = 50 - 3 = 47$, ապա կլինի հասկանալի:

Կլոր տասնյակներից երկնիշ թվի հանումը լավ կլինի մեկնաբանվի վերոնշյալ օրենքի հիման վրա:

Այսպես. $60 - 24 = 60 - (20 + 4) = (60 - 20) - 4 = 36$:

Թեմայի ուսուցման արդյունքում աշակերտները պետք է կարողանան.

1. *Ճիշտ և արագ կատարել թվերի գումարում և հանում 100-ի սահմանում (թե՛ բանավոր և թե՛ գրավոր):*
2. *Ճիշտ անվանել գումարման և հանման գործողությունների բաղադրիչներն ու արդյունքը:*
3. *Ձևակերպել գումարի տեղափոխական հատկությունը և օգտվել դրանից այն դեպքում, երբ դրա կիրառումը հեշտացնում է հաշվումներ կատարելը:*
4. *Կատարել գումարման և հանման գործողությունների ստուգում:*
5. *Ինքնուրույն լուծել գումարման, հանման գործողությամբ լուծվող պարզ և երկու գործողությամբ լուծվող ոչ բարդ բաղադրյալ խնդիրներ:*
6. *Գտնել անհայտ նվազելին և հանելին:*

§ 3. ԱՂՅՈՒՍԱԿԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՎ ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ԴԵՊՔԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Բազմապատկման գործողությունը դիտարկվում է որպես հավասար գումարելիների գումարը գտնելու գործողություն:

Բնական a և b թվերի համար արտադրյալը սահմանվում է որպես հավասար գումարելիների գումար.

$$\underbrace{a \cdot b = a + a + a + \ldots\ldots + a}_{b \text{ անգամ}}, \quad \text{եթե, } b > 1$$

եթե $b = 1$, ապա $a \cdot 1 = a$, եթե $b = 0$, ապա $a \cdot 0 = 0$:

Բազմապատկման և բաժանման գործողությունների իմաստը մեկնաբանելու համար պետք է կատարել որոշ նախապատրաստական աշխատանքներ, որոնց ընթացքում կարելի է քննարկել հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

1) 8, 9, 15, 24 և այլ թվեր փոխարինել նույն գումարելիների (միանիշ թվերի) գումարի տեսքով՝

$8 = 2 + 2 + 2 + 2$	$15 = 5 + 5 + 5$
$8 = 4 + 4$	$15 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
$9 = 3 + 3 + 3$	$24 = 8 + 8 + 8$ և այլն:

2) Գտնել նույն (իրար հավասար) գումարելիների գումարը.

$5 + 5 + 5 + 5 = 20$	$9 + 9 = 18$
$4 + 4 + 4 = 12$	$6 + 6 + 6 = 18$

Այս տիպի վարժություններ լուծելու ընթացքում ուսուցիչը պետք է աշակերտների ուշադրությունը հրավիրի հետևյալ հարցերի վրա. իրար հավասար քանի՞ գումարելի է վերցրած, յուրաքանչյուր գումարելի ինչի՞ է հավասար, կարելի՞ է տրված թիվը փոխարինել նույն գումարելիների գումարով և այլն:

Բաժանման գործողության իմաստի մեկնաբանման համար ևս պետք է տարվի նախապատրաստական աշխատանք: Այսպես, օրինակ՝ «18 շրջանը դասավորիր հավասարապես 3 շարքով: Քանի՞ շրջան կլինի յուրաքանչյուր շարքում»:

Այս խնդրի լուծումը կատարվում է դիդակտիկ պարագաների միջոցով:

Բազմապատկման գործողության իմաստը նախ մեկնաբանվում է զննականության միջոցով, իսկ այնուհետև խնդիրների լուծման միջոցով:

Այսպես, օրինակ՝ «Մատիտն արժե 20 դրամ: Անահիտը գնեց 3 մատիտ: Ինչքա՞ն դրամ վճարեց Անահիտը»: Խնդիրը վերլուծելիս պարզվում է, որ Անահիտը գնել է 3 մատիտ՝ յուրաքանչյուրի համար վճարելով 20 դրամ: Խնդիրը լուծվում է գումարման գործողության միջոցով.

$$20 + 20 + 20 = 60 \text{ (դրամ)}$$

Պատասխան՝ 60 դրամ:

Ամփոփելով խնդրի լուծումը՝ ուսուցիչն ասում է, որ Անահիտի վճարած դրամը կարելի իմանալ՝ կատարելով թվաբանական մեկ ուրիշ՝ **բազմապատկման** գործողություն: Այսպես, 20–ը որպես գումարելի կրկնվել է երեք անգամ: Դա կարելի է գրել այսպես՝ $20 \cdot 3$: Դա նշանակում է, որ 20–ը բազմապատկել ենք 3–ով: «Բազմապատկում» բառը փոխարինված է բազմապատկման նշանով՝ «·»: Քանի որ $20+20+20=60$, ապա՝ $20 \cdot 3 = 60$: Ուսուցիչը մեկնաբանում է, որ տվյալ դեպքում գումարել ենք նույն գումարելիները: Ուրեմն՝ նույն գումարելիների գումարը կարելի է փոխարինել բազմապատկման գործողությամբ: Նշվում է, որ 20–ը ցույց է տալիս, թե ինչ գումարելի ենք վերցրել, իսկ 3–ը ցույց է տալիս, թե 20–ը որպես գումարելի քանի՞ անգամ ենք վերցրել: $20 \cdot 3 = 60$ գրառումը կարդացվում է՝ «20–ը վերցրած 3 անգամ՝ հավասար է 60–ի», կամ «20–ը բազմապատկած 3–ով՝ հավասար է 60–ի»:

Բազմապատկման գործողության ներմուծման նկատմամբ մեթոդիկայում ձևավորվել է այնպիսի մոտեցում, որ երկրորդ արտադրիչը ցույց է տալիս, թե առաջին արտադրիչը քանի անգամ է հանդես եկել որպես գումարելի: Այսպես.

$$4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12:$$

Տարրական դասարաններում, տալով այդպիսի մեկնաբանություն, միջին դասարաններում այն չի պահպանվում: Հայերենով «4 · 3» արտահայտությունը կարդացվում է «4 անգամ 3», որը բառացիորեն հասկացվում է, որ 3–ը վերցված է 4 անգամ որպես հավասար գումարելի: Ուրեմն՝ $4 \cdot 3$ պետք է ընկալել. $4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3$: Մաթեմատիկայի նոր դասագրքում («Մաթեմատիկա–2», Ս. Մկրտչյան և այլոք. ցուցաբերված է այդպիսի մոտեցում):

Եթե ասում ենք՝ «5–ը վերցրած 3 անգամ», ապա դա ընկալվում է, որ 5–ը որպես գումարելի վերցրած է 3 անգամ՝ $3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15$:

Գրատախտակին գրելով բազմապատկման վերաբերյալ մի քանի օրինակներ՝ պետք է պահանջել, որ աշակերտները ճիշտ կարդան օրինակները, ասեն, թե յուրաքանչյուր թիվ ինչ է ցույց տալիս: Աշակերտները պետք է հասկանան, թե երբ կարելի է գումարը փոխարինել արտադրյալով:

Աշակերտների գիտելիքներն ամրապնդելու նպատակով պետք է քննարկել հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

1) Գումարման գործողությունը փոխարինել բազմապատկումով.

$2 + 2 + 2 + 2 =$ $\qquad$ $5 + 5 + 5 =$

$3 + 3 =$ $\qquad$ $4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$

2) 10, 15, 20 թվերը գրել հավասար գումարելիների գումարի տեսքով:

3) Կարելի՞ է արդյոք $2 + 2 + 3$ գումարը գրել արտադրյալի տեսքով:

Այնուհետև ներմուծվում են բազմապատկման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի անվանումները: Այդ նպատակով կարելի է գրել բազմապատկման վերաբերյալ մեկ օրինակ և տալ բաղադրիչների ու արդյունքի անվանումները: Այսպես.

$$\underbrace{\overset{\text{արտադրիչ}}{3} \cdot \overset{\text{արտադրիչ}}{5}}_{\text{արտադրյալ}} = \overset{\text{արտադրյալ}}{15}$$

3–ը առաջին արտադրիչն է, 5–ը՝ երկրորդ արտադրիչը, 15–ը այդ թվերի արտադրյալն է: $3 \cdot 5$–ը ևս այդ երկու թվերի արտադրյալն է: Կատարված աշխատանքի և ուսուցչի մեկնաբանությունների արդյունքը պետք է լինի այն, որ յուրաքանչյուր աշակերտ հասկանա. **այն թվերը, որոնք բազմապատկում ենք, անվանում ենք բազմապատկիչներ կամ արտադրիչներ, իսկ ստացված արդյունքը՝ այդ թվերի արտադրյալ:**

Դասարանում պետք է որոշ ժամանակ պատից կախել պլակատ՝ բազմապատկման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի անվանումներով: Հետագայում ուսուցվում է միանիշ թվի բազմապատկումը 2–ով և 3–ով: Հիմք ընդունելով բազմապատկման գործողության մասին աշակերտների ունեցած գիտելիքները և օգտվելով դիդակտիկ միջոցներից՝ ուսուցիչը աշակերտներին հաշվել է տալիս 2+2, 2+2+2, 2 + 2 + 2 + 2 և այլ գումարները ու կազմում բազմապատկման աղյուսակը.

$2 \cdot 2 = 4$ $\qquad$ $2 \cdot 6 = 12$

$2 \cdot 3 = 6$ $\qquad$ $2 \cdot 7 = 14$

$2 \cdot 4 = 8$ $\qquad$ $2 \cdot 8 = 16$

$2 \cdot 5 = 10$ $\qquad$ $2 \cdot 9 = 18$

Նման եղանակով մեկնաբանվում ու կազմվում է 3–ով բազմապատկելու աղյուսակը.

$3 \cdot 2 = 6$ $\qquad$ $3 \cdot 6 = 18$

$3 \cdot 3 = 9$ $\qquad$ $3 \cdot 7 = 21$

$3 \cdot 4 = 12$ $\qquad$ $3 \cdot 8 = 24$

$3 \cdot 5 = 15$ $\qquad$ $3 \cdot 9 = 27$

Դիդակտիկ պարագաներից օգտվելով, բազմապատկման վերաբերյալ մի քանի օրինակներ լուծելով՝ ուսուցիչը մեկնաբանում է բազմապատկման տեղափոխական հատկությունը: Այսպես.

$2 \cdot 3 = 6$ $\qquad$ $4 \cdot 3 = 12$

$3 \cdot 2 = 6$ $\qquad$ $3 \cdot 4 = 12$

Այս և այլ օրինակներ լուծելուց հետո ուսուցիչը պահանջում է համեմատել յուրաքանչյուր զույգ օրինակները: Կատարելով այդ համեմատումը` աշակերտները պետք է հանգեն այն եզրակացության, որ արտադրիչները նույնն են` միայն փոխված են տեղերով, իսկ արդյունքը նույնն է:

Այնուհետև ուսուցչի օգնությամբ տրվում է արտադրյալի տեղափոխական հատկությունը.

Արտադրիչների (բազմապատկիչների) տեղերը փոխելիս արտադրյալը չի փոխվում:

Արտադրյալի տեղափոխական հատկության ուսուցումը ինքնանպատակ չէ: Աշակերտների կողմից այն յուրացնելուց հետո, ելնելով 2–ի և 3–ի բազմապատկման աղյուսակներից` կազմվում են նոր աղյուսակներ, որոնցում արտադրիչների տեղերը փոխված են.

	$2 \cdot 3 = 6$
$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$
$4 \cdot 2 = 8$	$4 \cdot 3 = 12$
$5 \cdot 2 = 10$	$5 \cdot 3 = 15$
$6 \cdot 2 = 12$	$6 \cdot 3 = 18$
$7 \cdot 2 = 14$	$7 \cdot 3 = 21$
$8 \cdot 2 = 16$	$8 \cdot 3 = 24$
$9 \cdot 2 = 18$	$9 \cdot 3 = 27$

Բազմապատկման աղյուսակային դեպքերի ուսուցմանը զուգընթաց` կարելի է քննարկել վարժություններ, որոնցում թիվը բազմապատկվում է արտադրյալով, այսինքն` կիրառվում է արտադրյալի զուգորդական հատկությունը. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$:

Օրինակ`

1) $(6 \cdot 2) \cdot 5 = 6 \cdot (2 \cdot 5) = 6 \cdot 10 = 60$:

2) $4 \cdot (5 \cdot 3) = (4 \cdot 5) \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60$:

Օգտվելով նաև արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից` կարելի է գրել. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b$, ինչը հնարավորություն կտա տրված թվերի արտադրյալը հաշվել հարմար եղանակով:

Լուծելով մի քանի օրինակներ` կարելի է ձևակերպել.

ա) Երկու հարևան թվերի արտադրյալը կարելի է փոխարինել դրա արժեքով.

$$4 \cdot (2 \cdot 3) = 4 \cdot 6 = 24:$$

բ) Որպեսզի գտնենք մի քանի թվերի արտադրյալը, դրանք կարելի է բազմապատկել ցանկացած հերթականությամբ (օգտվելով տեղափոխական հատկությունից).

$$5 \cdot 3 \cdot 2 = (5 \cdot 2) \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30:$$

Բաժանման գործողության ներմուծման համար նախ կատարվում են գործնական աշխատանքներ: Օրինակ` 12 շրջանը բաժանել, տրոհել խմբերի. 4–ական, 3–ական, 2–ական, 6–ական: Կատարվում են համապատասխան գրառումներ և անվանվում բաժանման գործողության բաղադրիչները:

Բաժանման գործողության իմաստը մեկնաբանելիս քննարկվում են նաև խնդիրներ, որոնց լուծման միջոցով փաստորեն մեկնաբանվում են բաժանման երկու դեպքերը` ըստ բովանդակության և հավասար մասերի: Երկու դեպքում էլ պետք է մեկնաբանել բաժանման գործողության իմաստը: Կարելի է քննարկել հետևյալ բովանդակությամբ խնդիրներ.

1) 6 խնձորը հավասարապես դասավորել 3 ափսեում: Յուրաքանչյուր ափսեում քանի՞ խնձոր կլինի:

Աշակերտների համար պատկերավոր լինելու համար, կարելի է խնդիրը լուծել դիդակտիկ պարագաների միջոցով: Պարզվում է, որ յուրաքանչյուր ափսեում կլինի 2 խնձոր: Ուսուցիչն ասում է, որ այդ խնդիրը կարելի է լուծել բաժանման գործողության միջոցով: Այդ նպատակով 6–ը պետք է բաժանել 3–ի: Բաժանում բառի փոխարեն մաթեմատիկայում օգտագործում են «:» նշանը: Այսպիսով` կունենանք.

$$6 : 3 = 2$$

Պատասխան` 2 խնձոր:

2) 6 խնձորը հավասարապես դասավորել ափսեներում այնպես, որ յուրաքանչյուրում լինի 2 խնձոր: Քանի՞ ափսե է պետք:

Կատարելով համապատասխան աշխատանքը` աշակերտները պարզում են, որ պետք է ունենան 3 ափսե:

Խնդրի լուծումը գրառվում է.

$$6 : 2 = 3$$

Պատասխան` 3 ափսե:

Ուսուցիչը պետք է սովորեցնի ճիշտ կարդալ բաժանման գործողությամբ լուծված օրինակները:

Այսպես` $6 : 2 = 3$ կարդում ենք. 6–ը բաժանած 2–ի, կստացվի 3: Բաժանման գործողության բաղադրիչներն անվանվում են բաժանելի (բերված օրինակում` 6–ը) և բաժանարար (օրինակում` 2–ը): Արդյունքը անվանվում է քանորդ (օրինակում` 3–ը):

Բաժանման գործողության իմաստը յուրացնելուց հետո, օրինակների լուծման միջոցով տրվում է բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապը: Այսպես, գրելով բազմապատկման վերաբերյալ մեկ օրինակ՝ կարելի է պահանջել, որ աշակերտներն օգտագործելով այդ նույն թվերը՝ կազմեն բաժանման վերաբերյալ երկու օրինակ.

$3 \cdot 4 = 12$
$12 : 4 = 3$
$12 : 3 = 4$

Քննարկելով համանման մի շարք օրինակներ՝ ուսուցիչը կարող է աշակերտներին հաղորդել բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապը. **եթե արտադրյալը բաժանենք արտադրիչներից մեկի վրա՝ կստանանք մյուս արտադրիչը:**

Օգտվելով բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև կապից ու 2-ի և 3-ի բազմապատկման աղյուսակներից՝ աշակերտները հեշտությամբ յուրացնում են 2-ի և 3-ի վրա բաժանման համապատասխան աղյուսակները.

$4 : 2 = 2$	$12 : 2 = 6$	$6 : 3 = 2$	$18 : 3 = 6$
$6 : 2 = 3$	$14 : 2 = 7$	$9 : 3 = 3$	$21 : 3 = 7$
$8 : 2 = 4$	$16 : 2 = 8$	$12 : 3 = 4$	$24 : 3 = 8$
$10 : 2 = 5$	$18 : 2 = 9$	$15 : 3 = 5$	$27 : 3 = 9$

Աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման մյուս դեպքերը ուսուցում են նույն մեթոդով:

Բազմապատկման աղյուսակը կազմվում է՝ ելնելով բազմապատկման գործողության իմաստից, նշելով տվյալ թվի բազմապատիկները, որոշ դեպքերում օգտվելով նաև արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից, իսկ բաժանման համապատասխան աղյուսակների ուսուցման ժամանակ օգտվում են բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապից:

«Բազմապատիկ» և «բաժանարար» հասկացությունները ներմուծելուց հետո, դրանց հիման վրա կարելի է կազմել միանիշ թվերի բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերի աղյուսակները: Բազմապատիկ և բաժանարար հասկացությունները մեկնաբանվում են օրինակների միջոցով: Այսպես. $15 : 3 = 5$: 15-ը 3-ի բազմապատիկն է, իսկ 3-ը՝ 15-ի բաժանարարը: Ընդհանրապես, եթե a բնական թիվն առանց մնացորդի բաժանվում է b բնական թվի վրա, ապա a-ն կոչվում է b-ի բազմապատիկը, իսկ b-ն՝ a-ի բաժանարարը:

Բազմապատկման և համապատասխան բաժանման աղյուսակները անգիր հիշելու համար աշակերտների հետ պետք է նպատակաուղղված ու հետևողական աշխատանք տանել:

Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ 2-րդ դասարանի

աշակերտները (չմոռանանք, որ նրանք 7 տարեկան են) մեծ դժվարությամբ են յուրացնում աղյուսակային բազմապատկման բոլոր դեպքերը: Առանձնակի դժվարությամբ են յուրացնում 6-ի, 7-ի, 8-ի, 9-ի բազմապատկման (միանիշ թվով) դեպքերը: Երեխաներն աղյուսակներն հիշելու համար օգտվում են տարբեր հնարներից. հաջորդաբար, նախորդ արդյունքին գումարելով՝ $3 \cdot 4=12$, $4 \cdot 4=3 \cdot 4+4$, կիրառելով արտադրյալի տեղափոխական հատկությունը՝ $2 \cdot 6=12$, ուրեմն՝ $6 \cdot 2=12$ և այլն:

Բազմապատկման աղյուսակը հիշելու համար կարելի է օգտվել նաև, այսպես կոչված, «մատների հաշիվ» հնարից, որի էությունը մեկնաբանենք օրինակով:

Եթե պահանջվում է հաշվել $7 \cdot 8$ արտադրյալի արդյունքը, ապա երկու ձեռքերիս բոլոր մատները ծալում եմ (բռունցք եմ անում): Այնուհետև ձեռքերիս մեկի վրա բաց եմ անում այնքան մատ, որքանով արտադրիչներից մեկը մեծ է 5-ից (մյուսում ևս նույնը կատարում մյուս արտադրիչի համար): Ստացվում է, որ ձեռքերիս մեկի վրա բացում եմ 2 մատ, մյուսում՝ 3-ը: Բացված մատների քանակը ցույց է տալիս ստացվող արդյունքի տասնյակների քանակը. 2տասն.+3տասն.=50: Չբացված մատների քանակները՝ 3-ը և 2-ը, բազմապատկում ենք, որի արդյունքը երեխաները գիտեն. $3 \cdot 2=6$, և 6-ը գումարում ենք 50-ին: Ուրեմն՝ $7 \cdot 8=56$:

Աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերի ուսուցման արդյունքում աշակերտները պետք է.

1. *Լավ հասկանան բազմապատկման և բաժանման գործողությունների իմաստը:*
2. *Անգիր հիշեն աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերը:*
3. *Իմանան բազմապատկման տեղափոխական հատկությունը և կարողանան այն կիրառել հաշվումների ժամանակ:*
4. *Իմանան թվաբանական գործողությունների բաղադրիչները գտնելու կանոնները և կարողանան նրանցից օգտվել հաշվումների ժամանակ:*
5. *Կարողանան հաշվել բազմապատկման ու բաժանման գործողություններ պարունակող արտահայտությունների արժեքները:*
6. *Կարողանան ինքնուրույն լուծել բազմապատկման և բաժանման գործողություններով պարզ և ոչ բարդ բաղադրյալ խնդիրներ:*
7. *Կարողանան տրված թիվը մեծացնել (կամ փոքրացնել) մի քանի անգամ, լուծել այդ թեմայով խնդիրները:*

բացատրում է ուսուցիչը. **ցանկացած թվի և զրոյի արտադրյալը հավասար է զրոյի**՝ $5 \cdot 0 = 0$, $a \cdot 0 = 0$:

Այս մեկնաբանությունից հետո կարելի է օգտվել արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից և $a \cdot 0$ դեպքը հանգեցնել $0 \cdot a$ դեպքին:

$a : a$ դեպքը մեկնաբանվում է օրինակների միջոցով: Այսպես. $7 : 7$ արտահայտության արժեքը գտնելու համար պետք է օգտվել բաժանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև եղած կապից. եթե քանորդը բազմապատկենք բաժանարարով, ապա պետք է ստանանք բաժանելին: Ընտրման եղանակով գտնում ենք, որ քանորդը հավասար է 1-ի: Ուրեմն՝ $a : a = 1$, $7 : 7 = 1$ և այլն: Եզրակացությունը. ցանկացած թիվ բաժանելով իր վրա՝ ստացվում է 1:

Ելնելով բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապից՝ բացատրվում է զրոյի բաժանումը ցանկացած թվի վրա: Այսպես, օրինակ՝ $0 : 5$ օրինակի դեպքում աշակերտները պետք է գտնեն մի թիվ, որը բազմապատկելով 5-ով՝ ստացվի զրո: Այդ թիվը կլինի հենց զրոն: Ուրեմն՝ $0 : 5 = 0$: Քննարկելով նույնատիպ այլ վարժություններ՝ արվում է ընդհանուր եզրակացություն. **«Զրոն ցանկացած թվի վրա բաժանելիս ստացվում է զրո՝ $0 : a = 0$»:**

Ելնելով բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապից՝ մեկնաբանվում է, որ **զրոյի վրա բաժանել չի կարելի:** Դա հիմնավորվում է այսպես. 5-ը զրոյի վրա բաժանել՝ նշանակում է գտնել մի թիվ, որը բազմապատկելով զրոյով, ստացվի 5: Բայց այդպիսի թիվ չկա, որովհետև ցանկացած թիվ զրոյով բազմապատկելիս ստացվում է 0:

§ 5. ԱՐՏԱԱՂՅՈՒՍԱԿԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՎ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Արտաաղյուսակային բազմապատկմանն են վերագրում **երկնիշ թվի բազմապատկումը միանիշ թվով, երբ արդյունքը չի գերազանցում 100-ը**, իսկ համապատասխան բաժանման դեպքերն են արտաաղյուսակային բաժանմանը:

Թեմայի ուսուցումը փաստորեն սկսվում է աղյուսակային բազմապատկման և բաժանման դեպքերի ուսումնասիրումից: Այսպես, 7-ով բազմապատկելու և 7-ի վրա բաժանելու դեպքերի ուսուցումից հետո պետք է քննարկել թիվը գումարով բազմապատկելու դեպքն ու այն կիրառել հաշվումների ժամանակ:

«Թվի բազմապատկումը գումարով» թեմայի ուսուցման համար նպատակահարմար է օգտվել հավաքապաստառից: Ուսուցիչը գրատախտակին գրում է՝ $3 \cdot (2 + 5)$ տեսքի օրինակ և աշակերտներին սովորեցնում է այն ճիշտ կարդալ՝ «3-ը բազմապատկել 2 և 5 թվերի գումարով», կամ՝ «2 + 5 անգամ վերցնել 3-ը»:

Աշակերտներին առաջարկվում է հաշվել այդ արտահայտության արժեքը: Որոշ աշակերտներ կարող են այն հաշվել և ասել պատասխանը: Այդ դեպքում պետք է պարզել, թե նրանք ինչպես հաշվեցին: Անկախ այդ ամենից, ուսուցիչը հավաքապաստառի շարքերում դնում է. 3 անգամ 2-ական կարմիր և 3 անգամ 5-ական կապույտ գույնի շրջաններ: Առաջադրվում է հաշվել բոլոր շրջանների քանակը:

կարմիր	կապույտ
○ ○	○ ○ ○ ○ ○
○ ○	○ ○ ○ ○ ○
○ ○	○ ○ ○ ○ ○

Աշակերտները նկատում են, որ յուրաքանչյուր շարքում դասավորված է 7 շրջան և կա այդպիսի 3 շարք: Նշանակում է՝ շրջանների քանակը կարելի է հաշվել այսպես՝

$7 + 7 + 7$ կամ $7 \cdot 3$

Ուրեմն՝ $3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 7 = 7 \cdot 3 = 21$:

Շրջանների ընդհանուր թիվը կարելի է հաշվել նաև մեկ ուրիշ եղանակով: Կարելի է հաշվել կարմիր գույնի շրջանների թիվը, հետո կապույտ գույնի շրջանների թիվը, ապա այդ թվերը գումարելով՝ գտնել ընդհանուր թիվը: Քանի որ կարմիր գույնի շրջանները դասավորված են 3 շարքում և յուրաքանչյուրում կա երկու շրջան, ապա կունենանք՝ $2 + 2 + 2 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 6$: Կապույտ գույնի շրջանների թիվը նույն եղանակով հաշվելով՝ կստանանք. $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$: Շրջանների ընդհանուր թիվը կլինի՝ $6 + 15 = 21$:

Փաստորեն ստացվեց.

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 6 + 15 = 21:$$

Կատարված աշխատանքն ընդհանրացվում է ու տրվում հետևյալ կանոնը՝ **թիվը գումարով բազմապատկելու համար պետք է հաշվել այդ գումարը և թիվը բազմապատկել ստացված արդյունքով, կամ՝ թիվը բազմապատկել յուրաքանչյուր գումարելիով ու ստացված արդյունքները իրար գումարել:**

§ 4. ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՎ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՀԱՏՈՒԿ ԴԵՊՔԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Տարրական դասարաններում ուսուցվում են բազմապատկման ու բաժանման հատուկ դեպքերը: Հատուկ դեպքեր են անվանվում հետևյալ տեսքի արտադրյալները և քանորդները՝ $1 \cdot a$, $a \cdot 1$, $0 \cdot a$, $a \cdot 0$, $a : 1$, $a : a$, $0 : a$ և 0–ի վրա բաժանելու անհնար լինելը:

Բազմապատկում 1–ով և բաժանում 1–ի վրա դեպքերի ուսուցման համար տարվում է որոշակի նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում աշակերտներից պահանջվում է հաշվել $1 \cdot 3$, $1 \cdot 5$, $1 \cdot 6$, $1 \cdot 12$ տեսքի արտադրյալները՝ ելնելով բազմապատկման գործողության իմաստից:

$1 \cdot 3 = 1 + 1 + 1 = 3$, նշանակում է՝ $1 \cdot 3 = 3$:

$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$, նշանակում է՝ $1 \cdot 6 = 6$ և այլն:

Լուծելով նույնատիպ մի շարք վարժություններ՝ աշակերտները հանգում են այն եզրակացության, որ մեկը ցանկացած թվով բազմապատկելիս ստանում ենք այդ նույն թիվը:

Հաճախ դասվարները սխալ են թույլ տալիս և ցանկանում են ցանկացած թիվ մեկով բազմապատկելու դեպքը ևս բացատրել՝ ելնելով բազմապատկման գործողության իմաստից: Սխալն այն է, որ նրանք կարծում են, թե տվյալ դեպքում գոյություն ունի մեկ գումարելի ($3 \cdot 1 = 3$), բայց գումարում մեկ գումարելի լինել չի կարող: Որոշ դեպքում էլ ցանկանում են օգտվել բազմապատկման տեղափոխական հատկությունից և $a \cdot 1$ դեպքը մեկնաբանել $1 \cdot a$ դեպքի միջոցով: Առաջին հայացքից թվում է, որ դա ճիշտ է, սակայն իրականում այդպես չէ, որովհետև դեռ չգիտենք, թե $a \cdot 1$ արտադրյալը գոյություն ունի, թե ոչ: Այդ պատճառով էլ չենք կարող ասել, թե այն ենթարկվում է արդյոք բազմապատկման տեղափոխական հատկությանը, թե ոչ:

Այս դեպքը մեկնաբանվում է ուսուցչի կողմից: Նա ասում է, որ **ցանկացած թիվ մեկով բազմապատկելիս ստացվում է այն թիվը, որը բազմապատկել ենք:**

Միայն ուսուցչի կողմից այդ կանոնը տրվելուց հետո կարելի է $a \cdot 1$–ի նկատմամբ կիրառել արտադրյալի տեղափոխական հատկությունը:

1–ի վրա բաժանման դեպքը քննարկվում է՝ ելնելով բազմապատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապից: Այսպես.

$3 : 1 = 3$, որովհետև $1 \cdot 3 = 3$,

$6 : 1 = 6$, որովհետև $1 \cdot 6 = 6$ և այլն:

Քննարկելով մի քանի օրինակներ՝ եզրակացվում է, որ ցանկացած թիվ 1–ի վրա բաժանելիս քանորդում ստացվում է այդ նույն թիվը ($a : 1 = a$):

Տասով բազմապատկումը և բաժանումը տասի վրա թեմայի ուսուցման համար պետք է կատարել որոշ նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում կարելի է քննարկել հետևյալ տիպի վարժությունները.

$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 10 \cdot 5$ $8 : 4 = 2$

$2 \cdot 4 = 8$ $8 : 2 = 4$

$4 \cdot 2 = 8$

10–ը որևէ թվով բազմապատկելու համար աշակերտները պետք է 10 միավորը պատկերացնեն մեկ տասնյակ, որը բազմապատկելով տրված թվով՝ կստացվի տրված թիվ անգամ տասնյակ (տրված թվի պատիկությամբ տասնյակներ): Այսպես, օրինակ՝

$10 \cdot 2 = 1$ տասնյակ $\cdot 2 = 2$ տասնյակ $= 20$:

Ուրեմն՝ $10 \cdot 2 = 20$:

Կատարելով նույնատիպ այլ վարժություններ՝ աշակերտները պետք է նկատեն, որ 10–ը որևէ թվով բազմապատկելիս, արդյունքում ստացվում են այնքան տասնյակներ, որքան միավորներ կան երկրորդ արտադրիչում:

Թիվը 10–ով բազմապատկելու համար օգտվում են արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից.

$3 \cdot 10 = 10 \cdot 3 = 1$ տասնյակ $\cdot 3 = 3$ տասնյակ $= 30$:

Օգտվելով անհայտ արտադրիչը գտնելու կանոնից՝ մեկնաբանվում են 100–ի սահմանում կլոր տասնյակների բաժանումը 10–ի վրա: Այսպես՝

$20 : 10 = 2$, որովհետև $2 \cdot 10 = 20$,

$40 : 10 = 4$, որովհետև $4 \cdot 10 = 40$:

Բազմապատկում 0–ով, 0–ի բաժանումը թվի և բաժանում 0–ի վրա դեպքերի ուսուցումը կատարվում է հետևյալ կերպ. զրոն ցանկացած թվով բազմապատկելու դեպքը պետք է մեկնաբանել՝ ելնելով բազմապատկման գործողության իմաստից: Այսպես.

$0 \cdot 2 = 0$, ուրեմն՝ $0 \cdot 2 = 0$,

$0 \cdot 4 = 0 + 0 + 0 + 0$, ուրեմն՝ $0 \cdot 4 = 0$:

Քննարկելով մի քանի օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **Զրոն ցանկացած թվով բազմապատկելիս ստացվում է զրո:**

Ցանկացած թիվ զրոյով բազմապատկելու դեպքը միանգամից

Այնուհետև աշակերտները լուծում են թիվը գումարով բազմապատկելու վերաբերյալ մի շարք օրինակներ:

Դասվարը պետք է իմանա, որ կիրառվում է գումարի նկատմամբ բազմապատկման ձախ բաշխական օրենքը. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$:

Արտաաղյուսակային բազմապատկման և բաժանման դեպքերի ուսուցման հաջորդ փուլը **«Գումարի բազմապատկումը թվով»** թեմայի ուսումնասիրումն է: Այն կարելի է մեկնաբանել խնդրի կամ օրինակի լուծման միջոցով:

$(4 + 3) \cdot 2$ օրինակը լուծելու համար հավաքապաստառի մի շարքում պետք է դրվեն 4 կարմիր և 3 կապույտ գույնի շրջաններ: Հարց է առաջադրվում. ընդամենը քանի՞ շրջան է դրված հավաքապաստառում (7): Բայց ինչ է նշանակում $(4 + 3) \cdot 2$: Դա նշանակում է, որ $4 + 3$ գումարը վերցված է 2 անգամ: Նշանակում է հավաքապաստառի մեկ ուրիշ շարքում պետք է դնել ևս 4 կարմիր ու 3 կապույտ շրջաններ: Հաշվելով շրջանների ընդհանուր քանակը՝ աշակերտները գրում են. $(4 + 3) \cdot 2 = 14$: Առաջադրվում է հարց. ինչպես իմացանք: Յուրաքանչյուր շարքում դասավորված են յոթ շրջաններ, իսկ մենք ունենք այդպիսի 2 շարք: Ուրեմն՝ $7 \cdot 2 = 14$, բայց 7–ը ստացվեց՝ $4+3=7$: Ընդհանրացնելով կատարված աշխատանքը և հաշվումները՝ ասվում է, որ **գումարը թվով բազմապատկելու համար կարելի է հաշվել այդ գումարը և ստացված արդյունքը բազմապատկել տրված թվով:**

Այնուհետև աշակերտներին առաջարկվում է ուշադիր նայել հավաքապաստառին ու ասել, էլ ինչպես կարելի է գտնել տրված արտահայտության արժեքը: Պարզվում է, որ նախ կարելի է հաշվել կարմիր գույնի շրջանների թիվը՝ $4 \cdot 2 = 8$, հետո կապույտ գույնի շրջաններինը՝ $3 \cdot 2 = 6$ և ապա ստացված արդյունքները գումարել իրար՝ $8 + 6 = 14$: Այսպիսով.

$$(4 + 3) \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14:$$

Ընդհանրացվում է ու տրվում մյուս եղանակի ձևակերպումը. **գումարը թվով բազմապատկելու համար կարելի է յուրաքանչյուր գումարելի բազմապատկել տրված թվով և ստացված արդյունքները գումարել:**

Այս դեպքում օգտվում ենք գումարի նկատմամբ բազմապատկման աջ բաշխական օրենքից.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c:$$

Աշակերտների ստացած գիտելիքներն ամրապնդելու նպատակով պետք է լուծվեն մի շարք օրինակներ (նախ՝ երկու եղանակով, հետո՝ հարմար): Հաշվի առնելով, որ թիվը գումարով բազմապատկելու օրենքը աշակերտները գիտեն, և որ երկու թվերի գումարը և արտադրյալը միշտ էլ գոյություն ունեն, կարելի է գումարը թվով բազմապատկելու դեպքը հանգեցնել թիվը գումարով բազմապատկելու դեպքին: Այսպես՝

$$(3 + 2) \cdot 4 = 4 \cdot (3 + 2):$$

Փաստորեն կարելի է կիրառել արտադրյալի տեղափոխական օրենքը՝ հաշվի առնելով, որ արտադրիչներից մեկը պատկերված է գումարի տեսքով: Նպատակահարմար է քննարկել նաև այնպիսի վարժություններ, որոնցում պահանջվում է տրված գումարը գրել արտադրյալի տեսքով: Օրինակ՝

$$5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = (5 + 3) \cdot 4:$$

Քննարկելով նմանատիպ օրինակներ՝ պետք է պարզաբանել, թե երբ կարելի է գումարը գրել արտադրյալի տեսքով և երբ՝ ոչ: Օրինակ՝ $6 \cdot 4 + 3 \cdot 5$ գումարը հնարավոր չէ արտադրյալի տեսքով գրել, որովհետև երկու գումարելիները, որոնք ներկայացված են արտադրյալների տեսքով, չեն պարունակում միևնույն արտադրիչը:

100–ի սահմանում արտաաղյուսակային բազմապատկման ու բաժանման ուսուցման հաջորդ փուլում քննարկվում է **զրոյով վերջացող թվերի բազմապատկումը միանիշ թվով և բաժանումը միանիշ թվի վրա:** Զրոյով վերջացող թվերի բազմապատկումը միանիշ թվով և բաժանումը միանիշ թվի վրա փաստորեն հանգեցվում է աղյուսակային դեպքերին, եթե նրանք դիտվեն որպես տասնյակների բազմապատկում միանիշ թվով և տասնյակների բաժանում միանիշ թվի վրա: Այսպես՝

$$\frac{30 \cdot 2}{3\,\text{տասն.} \cdot 2 = 6\,\text{տասն.}} \qquad \frac{80 : 4}{8\,\text{տասն.} : 4 = 2\,\text{տասն.}}$$

$$30 \cdot 2 = 60 \qquad 80 : 4 = 20$$

Միանիշ թիվը զրոյով վերջացող թվով բազմապատկելու համար պետք է օգտվել բազմապատկման տեղափոխական հատկությունից ու այն հանգեցնել զրոյով վերջացող թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու դեպքին: Այսպես՝

$$\frac{3 \cdot 20 = 20 \cdot 3}{20 \cdot 3 = 2\,\text{տասն.} \cdot 3 = 6\,\text{տասն.}}$$

$$3 \cdot 20 = 60$$

Ուսուցման այս փուլում մեկնաբանվում է նաև **կլոր թիվը կլոր թվի վրա բաժանելու դեպքը**՝ ելնելով բաժանման գործողության բաղադրիչների միջև եղած կապից: Այսպես, օրինակ՝ 80:20 քանորդն ստանալու համար պետք է դատել այսպես. 20-ը որ թվով պետք է բազմապատկել, որպեսզի ստացվի 80: Աշակերտները ընտրման եղանակով գտնում են, որ այդ թիվը 4-ն է: Նշանակում է՝ 80:20 = 4:

«Երկնիշ թվի բազմապատկումը միանիշ թվով» թեմայի ուսումնասիրմանը աշակերտներին նախապատրաստելիս, պետք է կրկնել.

ա) գումարը թվով և թիվը գումարով բազմապատկելու կանոնները (բազմապատկման բաշխական օրենքը գումարի նկատմամբ),

բ) զրոյով վերջացող թվերի բազմապատկումը միանիշ թվով,

գ) երկնիշ թիվը կարգային գումարելիների գումարի տեսքով ներկայացնելը:

Այդպիսի աշխատանքից հետո աշակերտները հեշտությամբ կյուրացնեն երկնիշ թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու եղանակը: Այսպես.

$$25 \cdot 2 = (20 + 5) \cdot 2 = 20 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 40 + 10 = 50:$$

Այդ օրինակի համար աշակերտները պետք է կարողանան տալ այսպիսի բացատրություն. «25-ը դա՝ 20 և 5 թվերի գումարն է, 20-ը բազմապատկած 2-ով, կստացվի 40, իսկ 5-ը բազմապատկելով 2-ով, կստացվի 10: 40 և 10 թվերի գումարը հավասար է 50-ի»:

100-ի սահմանում ցանկացած երկնիշ թվի բազմապատկումը միանիշ թվով (երբ արդյունքը չի գերազանցում 100-ը) մեկնաբանվում է այդ եղանակով:

«Միանիշ թվի բազմապատկումը երկնիշ թվով» թեման կարելի է ուսուցանել երկու եղանակով.

ա) Տրված երկնիշ թիվը պատկերացնելով կարգային գումարելիների գումարի տեսքով և օգտվելով թիվը գումարով բազմապատկելու կանոնից.

$$5 \cdot 14 = 5 \cdot (10 + 4) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 50 + 20 = 70:$$

բ) Օգտվելով արտադրյալի տեղափոխական հատկությունից և գումարը թվով բազմապատկելու կանոնից.

$$6 \cdot 12 = 12 \cdot 6 = (10 + 2) \cdot 6 = 10 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 60 + 12 = 72:$$

Երկու դեպքում էլ բազմապատկումը կարելի է կատարել գրավոր.

$$\begin{array}{r} \times\; 25 \\ 2 \\ \hline 50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\; 14 \\ 5 \\ \hline 70 \end{array}$$

Նախքան երկնիշ թվի բաժանումը միանիշ թվի վրա դեպքերի ուսուցումը, պետք է ուսումնասիրել **«Գումարի բաժանումը թվի վրա»** թեման: Այդ կարելի է կատարել հետևյալ կերպ. ուսուցիչը ցուցադրում է 6 կարմիր և 4 կանաչ գույնի նկարներ ու պահանջում, որ նրանք այդ նկարները հավասարապես դասավորեն հավաքապաստառի երկու գրպաններում (հաշվի չառնելով նրանց գույնը): Տվյալ դեպքի համար լավ կլինի այդ նկարները հավաքել մեկ ծրարում և պահանջել, որ գրատախտակի մոտ կանչված աշակերտը յուրաքանչյուր անգամ ծրարից հանի երկու նկար՝ ուշադրություն չդարձնելով գույների վրա, և դասավորի մեկը հավաքապաստառի մի գրպանում, իսկ մյուսը՝ մեկ ուրիշ գրպանում: Կատարելով այդ աշխատանքը և հաշվելով վերջնական արդյունքը՝ երեխաները տեսնում են, որ յուրաքանչյուր գրպանում դրված է 5 նկար: Մեկնաբանվում է, որ նույն ծրարի մեջ երկու գույնի նկարների հավաքելը նշանակում է, որ նախ գումարեցինք 6 կարմիր և 4 կանաչ գույնի նկարները՝ 6+4=10, իսկ հետո դրանք հավաքապաստառի երկու գրպանները հավասարապես տեղափոխելով, փաստորեն ստացած արդյունքը՝ 10-ը, բաժանեցինք երկու հավասար մասերի: Գրատախտակին և տետրերում կատարվում է համապատասխան գրառում.

$$(6+4):2=10:2=5:$$

Այնուհետև ուսուցիչն առաջարկում է, որ այդ նույն նկարներն աշակերտները դնեն հավաքապաստառի երկու գրպաններում այնպես, որ յուրաքանչյուրում լինեն հավասար թվով կարմիր և հավասար թվով կանաչ գույնի նկարներ: Աշակերտները նախ հավաքապաստառի գրպաններում են դնում 6 կարմիր գույնի նկարները (յուրաքանչյուրում՝ 3 հատ), իսկ հետո՝ կանաչ գույնի նկարները (յուրաքանչյուրում՝ 2 հատ): Այդ աշխատանքը կատարելուց հետո պարզվում է, որ հավաքապաստառի յուրաքանչյուր գրպանում դրված է 5 նկար: Մեկնաբանվում է, որ այս անգամ նախ 2-ի բաժանեցինք յուրաքանչյուր գումարելի, իսկ հետո արդյունքները գումարեցինք իրար: Գրատախտակին և տետրերում կատարվում է համապատասխան գրառում.

$$(6+4):2=6:2+4:2=3+2=5:$$

Համեմատելով երկու դեպքում ստացված արդյունքները՝ աշակերտները տեսնում են, որ ստացել են նույն թիվը՝ 5-ը:

Ամփոփելով կատարած աշխատանքը և ընդհանրացնելով՝ արվում է եզրակացություն. **գումարը թվի վրա բաժանելու համար կարելի է հաշվել այդ գումարը և ստացած արդյունքը բաժանել տրված թվի վրա, կամ՝ յուրաքանչյուր գումարելի բաժանել տրված թվի վրա (եթե այն բաժանվում է) ու ստացած արդյունքները իրար գումարել:**

Դասվարը պետք է իմանա, որ կիրառվում է գումարի նկատմամբ բաժանման բաշխական օրենքը. $(a + b):c = a:c + b:c$:

Պետք է քննարկել այնպիսի օրինակներ, երբ գումարելիներն առանձին-առանձին չեն բաժանվում տրված թվի վրա, բայց նրանց գումարը բաժանվում է: Օրինակ՝ (13 + 11):4: Այդ տիպի օրինակները լուծվում են միայն մի եղանակով՝ պետք է գտնել գումարելիների գումարը (13 + 11) և ստացված արդյունքը բաժանել տրված թվի (4-ի) վրա.

$$(13 + 11):4 = 24:4 = 6:$$

Այդ նույն դասի ընթացքում պետք է քննարկել օրինակներ, որոնք կարելի է լուծել երկու եղանակով: Այսպես, օրինակ՝

$$(12 + 16):4 = 28:4 = 7,$$
$$(12 + 16):4 = 12:4 + 16:4 = 3 + 4 = 7:$$

Հետագայում պետք է պահանջել, որ այդ տիպի օրինակները երեխաները լուծեն իրենց համար ավելի հեշտ, ավելի հարմար եղանակով:

«Երկնիշ թվի բաժանումը միանիշ թվի վրա» թեմայի ուսուցման համար պետք է կատարել որոշ նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում քննարկվում են այնպիսի օրինակների լուծումներ, երբ պահանջվում է.

ա) 100-ի սահմանում գտնել այն կլոր տասնյակները, որոնք բաժանվում են 3-ի վրա (նույնը՝ 2-ի, 4-ի, 5-ի վրա և այլն):

բ) Տրված թիվը պատկերել այնպիսի գումարելիների գումարի տեսքով, որոնցից յուրաքանչյուրը բաժանվի տրված միանիշ թվի վրա:

Թեմայի ուսուցման սկզբնական շրջանում պետք է քննարկվեն այնպիսի օրինակներ, երբ տրված երկնիշ թիվը պատկերվում է կարգային գումարելիների գումարի տեսքով, և որոնցից յուրաքանչյուրը բաժանվում է տրված միանիշ թվի վրա: Օրինակ՝

$$26:2 = (20 + 6):2 = 20:2 + 6:2 = 10 + 3 = 13:$$

Հատուկ քննարկման առարկա պետք է դարձնել այն դեպքերի ուսուցումը, երբ տրված երկնիշ թիվը պատկերելով կարգային գումարելիների գումարի տեսքով՝ երեխաները տեսնում են, որ գումարելիներից մեկը, կամ երկուսն էլ՝ չեն բաժանվում տրված միանիշ թվի վրա: Փաստորեն աշակերտներին առաջադրվում է խնդիր, որի լուծումը պետք է որոնել:

Այսպես, օրինակ՝ 84:6 = (80 + 4):6:

Ուսուցիչը բացատրում է, որ այդպիսի դեպքում հարմար է տրված երկնիշ թիվը պատկերել երկու այնպիսի գումարելիների գումարի տեսքով, որոնցից մեկը պարունակի կլոր տասնյակներ և բաժանվի տրված միանիշ թվի վրա, իսկ մյուսը լինի այնպիսին, որ տրված միանիշ թվի վրա բաժանելիս արդյունքը գտնվի երեխաներին հայտնի աղյուսակների միջոցով: Այսպես՝

$$84:6 = (60 + 24):6 = 60:6 + 24:6 = 10 + 4 = 14:$$

Ուրիշ օրինակ՝

$$50:2 = (40 + 10):2 = 40:2 + 10:2 = 20 + 5 = 25:$$

Նման օրինակների լուծման սկզբնական շրջանում աշակերտները պետք է կարողանան մանրամասն գրել ու տալ համապատասխան բացատրություններ: Սակայն հետագայում այդ բացատրությունները պետք է կրճատվեն: Օրինակ՝ 76:4=(60+16):4=60:4+16:4=15+4=19:

Այսպիսով, երեխաները պետք է լավ իմանան, որ 100-ի սահմանում **երկնիշ թիվը միանիշ թվի վրա բաժանելու համար այն պետք է ներկայացնել կամ կարգային, կամ էլ հարմար գումարելիների գումարի տեսքով և հետո կատարել բաժանում՝ օգտվելով գումարը թվի վրա բաժանելու կանոնից:**

100-ի սահմանում արտաաղյուսակային բաժանման նախավերջին դեպքի՝ **երկնիշ թվի բաժանումը երկնիշ թվի վրա,** ուսուցումից առաջ աշակերտները պետք է սովորեն բաժանման գործողության ստուգումը բազմապատկման միջոցով: Նախ պետք է աշակերտները վերհիշեն բաժանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի անվանումները՝ բաժանելի, բաժանարար, քանորդ: Այնուհետև աշակերտներին առաջադրվում է վարժություն. «Անհայտ թիվը բաժանելով 6-ի, ստացել ենք 7: Ինչի՞ է հավասար անհայտ թիվը»: Աշակերտները կարող են միանգամից ասել պատասխանը, սակայն պետք է պարզաբանել, թե նրանք ինչպես գտան անհայտ թիվը: Այնուհետև պետք է քննարկել որոշակի օրինակների լուծումները և կատարել դրանց ստուգումը: Այսպես, օրինակ՝

36:4 = 9, որովհետև $9 \cdot 4 = 36$:

42:7 = 6, քանի որ $6 \cdot 7 = 42$:

51:3 = 17, քանի որ $17 \cdot 3 = 51$ և այլն:

Քննարկելով նմանատիպ մի շարք օրինակներ՝ աշակերտներին
ասվում է, որ բաժանման գործողության ճշտությունը կարելի է ստու-
գել բազմապատկման միջոցով: Ստուգելու համար պետք է ստաց-
ված քանորդը բազմապատկել բաժանարարով, եթե արդյունքում
ստացվում է բաժանելին, ապա բաժանումը ճիշտ է կատարված, իսկ
եթե բաժանելին չի ստացվում, ապա բաժանումը սխալ է կատարված:
Աշակերտներին առաջադրվում է լուծել բաժանման վերաբերյալ
մի շարք օրինակներ, որոնց լուծման ճշտությունը նրանք ստուգում են
բազմապատկման միջոցով: Ուսուցիչը պետք է հաշվի առնի, որ կարող
են լինել դեպքեր, երբ աշակերտը սխալ է կատարել բաժանումը և սխալ
կատարելով բազմապատկումը՝ ստանում է բաժանելին ու կարծում, որ
օրինակը ճիշտ է լուծված: Այսպես, ենթադրենք՝ 65:5 օրինակի լուծման
ժամանակ աշակերտը սխալմամբ կարծել է, թե 15:5 = 5 և ստացել է
հետևյալ արդյունքը՝ 65:5=(50 + 15):5=10 + 5=15: Ստուգման ժամանակ
այդ նույն աշակերտը կարող է կրկին սխալվել՝ կարծելով, թե 5 · 5=15 ու
կստացվի, որ 15 · 5 = (10 + 5) · 5 = 10 · 5 + 5 · 5 = 50 + 15 = 65:
Այսպիսի դեպքում ավելի հարմար է նորից կատարել լուծումը,
քան կրկնել ամբողջ լուծման ու ստուգման ընթացքը: 100–ի սահմա-
նում երկնիշ թվի բաժանումը երկնիշ թվի վրա կատարվում է՝ ելնելով
բաժանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև եղած
կապից: Քանորդը գտնվում է որոնման, փնտրման եղանակով: Այս-
պես, օրինակ՝ 72:12 քանորդը գտնելու համար աշակերտները դա-
տում են հետևյալ կերպ՝ ո՞ր թիվը պետք է բազմապատկել 12–ով, որ-
պեսզի ստացվի 72: Փորձում են 5–ը՝ 5 · 12 = 60: Ուրեմն՝ 5–ը ճիշտ
չի ընտրված: Փորձում են 6–ը՝ 6 · 12 = 72, ուրեմն՝ 72:12 = 6: Ուրիշ
օրինակ՝ 84:14 քանորդը գտնելու համար աշակերտներին կարելի է
կողմնորոշել, ասելով, թե պետք է փորձել այն թիվը, որը 4–ով բազ-
մապատկելիս տալիս է երկնիշ թիվ, որի միավորների թիվը 4 է: Ու-
սուցչի օգնությամբ աշակերտները կարող են որոշել, որ 6 · 4 = 24:
Դրանից հետո փորձում են 6–ը՝ 6 · 14 = 84, ուրեմն՝ 84:14 = 6:
Այդպիսի կողմնորոշում կարելի է տալ նաև մյուս օրինակների
լուծման ժամանակ: Օրինակ՝ 85:17: Աշակերտները պետք է կողմնո-
րոշվեն, որ 7 · 5 = 35, այսինքն՝ 7–ը 5–ով բազմապատկելիս ստացվում
է մի թիվ, որի միավորների թիվը 5 է: Ուրեմն՝ միանգամից պետք է
փորձել 5–ը՝ 5 · 17 = 85: Նշանակում է՝ 85:17 = 5:

§ 6. «ԲԱԺԱՆՈՒՄ ՄՆԱՑՈՐԴՈՎ» ԹԵՄԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՆ

Այդ թեմայի ուսուցումը նպաստում է աշակերտների մեջ բաժան-
ման գործողության մասին ունեցած գիտելիքների ընդլայնմանը,
նրանց նախապատրաստում բազմանիշ թվերի գրավոր բաժանման
ալգորիթմի յուրացմանը:
Գործնական բնույթի խնդիրների լուծման ժամանակ աշակերտ-
ներն ավելի հաճախ հանդիպում են բաժանման այն դեպքերին, երբ
արդյունքում մնացորդ է ստացվում: Այդ իմաստով, թեմայի ուսուցումն
ունի նաև գործնական նշանակություն: Թեմայի ուսուցումը պետք է
կազմակերպել այնպես, որ աշակերտներն իրենց հետագա ուսում-
նառության ժամանակ այլևս չասեն՝ «Օրինակը սխալ է գրված»,
«...թիվը ...թվի վրա չի բաժանվում« և այլն: Թեմայի ուսուցման համար
տարվող նախապատրաստական աշխատանքի ժամանակ պետք է
կրկնել աղյուսակում բաժանման դեպքերը, քննարկել բաժանման
գործողությամբ լուծվող պարզ խնդիրներ և այլն: Կարելի է քննարկել
հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.
1) Տրված թվերից՝ 3, 4, 6, 7, 9, 10, 14, 17, 18, անվանիր նրանք,
որոնք բաժանվում են 2–ի (նույնը՝ 3–ի, 4–ի և այլն):
2) 1 – 30 թվերից անվանիր նրանք, որոնք բաժանվում են 3–ի:
3) Անվանիր 23–ին ամենամոտ թիվը, որը բաժանվում է 4–ի և այլն:
Թեմայի ուսուցումը պետք է սկսել՝ գործնական աշխատանք կա-
տարելով: Գրատախտակի մոտ կանչելով 3 աշակերտի՝ նրանցից
մեկին տալիս ենք 5 մատիտ ու պահանջում, որ այդ մատիտները հա-
վասարապես բաժանի մյուս երկու աշակերտներին: Հատուկ ուշադ-
րություն պետք է դարձնել «հավասարապես» տերմինի յուրացման
վրա: Աշակերտները պետք է հասկանան, որ տվյալ դեպքում յուրա-
քանչյուր աշակերտ պետք է ստանա հավասար թվով մատիտներ:
Մատիտներ բաժանող աշակերտը մյուս երկուսից յուրաքանչյուրին
նախ տալիս է մեկ մատիտ, հետո էլի մեկական ու տեսնում, որ իր ձեռ-
քում մնաց մեկ մատիտ: Հաշվելով յուրաքանչյուր աշակերտի մոտ
եղած մատիտների քանակը պարզվում է, որ յուրաքանչյուրը ստացել
է երկու մատիտ և մեկն էլ մնացել է (որին կանվանենք «մնացորդ»):
Գրատախտակին կատարվում է համապատասխան գրառում.

5 : 2 = 2 (մն. 1)

Մեկ ուրիշ աշակերտից կարելի է պահանջել, որ 10 տետրը հա-
վասարապես բաժանի 4 աշակերտի: Կատարելով աշխատանքը՝

պարզվում է, որ յուրաքանչյուր աշակերտ ստանում է երկու տետր և
երկուսն էլ մնում է: Կատարվում է համապատասխան գրառումը.

10 : 4 = 2 (մն. 2)

Համեմատելով մնացորդով բաժանումը առանց մնացորդի բա-
ժանման հետ՝ աշակերտները տեսնում են, որ այստեղ տրված եր-
կու թվով՝ բաժանելիով ու բաժանարարով, գտնում ենք երկու թիվ՝ ոչ
լրիվ քանորդը և մնացորդը:
Նպատակահարմար է հիշեցնել, որ 10–ը բաժանելին է, 4–ը՝
բաժանարարը, 2–ը՝ քանորդը, մյուս 2–ը՝ մնացորդը, որը գրված է
փակագծերում: Երեխաներին պետք է սովորեցնել, որ նրանք կատա-
րեն ստուգում. 10 = 4 · 2 + 2:
Դասավորն իմանալով մնացորդով բաժանման գրառման ընդհա-
նուր բանաձևը՝ a : b = q (մն. p) ⇒ a = q · b + p (p < b):
Կարելի է ձևակերպել այսպիսի կանոն.
*Որպեսզի իմանանք, որ մնացորդով բաժանումը ճիշտ է կատար-
ված, պետք է ոչ լրիվ քանորդը բազմապատկել բաժանարարով և
ստացված արդյունքին գումարել մնացորդը: Եթե արդյունքում ստաց-
վում է բաժանելին, ուրեմն բաժանումը ճիշտ է կատարված:*
Նույն դասի ընթացքում պետք է քննարկել մնացորդով բաժան-
ման տարբեր օրինակներ և յուրաքանչյուրի լուծումը մանրամասն բա-
ցատրել: Լավ կլինի, որ այդ բացատրությունները տան նաև աշակերտ-
ները: Այսպես, օրինակ՝ «10 տետրը հավասարապես բաժանեցինք 4
աշակերտի: Յուրաքանչյուրն ստացավ 2 տետր և երկու տետր մնաց»:
Հաջորդ դասի ընթացքում պետք է բացահայտել բաժանարարի և
մնացորդի միջև եղած կապը: Այդ նպատակով տարվող նախապատ-
րաստական աշխատանքի ժամանակ կարելի է գրատախտակին գրել
տարբեր թվեր ու պահանջել, որ այդ թվերը բաժանեն ուսուցչի առա-
ջարկած որևէ թվի վրա: Օրինակ՝ 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24
թվերից անվանել այն թվերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում
են 3–ի (նույնը՝ 4–ի, 5–ի): Այնուհետև կարելի է պահանջել, որ տրված
հաջորդական թվերը աշակերտները նախ բաժանեն 2–ի, հետո՝ 3–ի,
հետո՝ 4–ի, և արդյունքները գրեն աղյուսակի տեսքով.

15 : 2 = 7 (մն. 1)	15 : 3 = 5	15 : 4 = 3 (մն. 3)
16 : 2 = 8	16 : 3 = 5 (մն. 1)	16 : 4 = 4
17 : 2 = 8 (մն. 1)	17 : 3 = 5 (մն. 2)	17 : 4 = 4 (մն. 1)
18 : 2 = 9	18 : 3 = 6	18 : 4 = 4 (մն. 2)
19 : 2 = 9 (մն. 1)	19 : 3 = 6 (մն. 1)	19 : 4 = 4 (մն. 3)
20 : 2 = 10	20 : 3 = 6 (մն. 2)	20 : 4 = 5

21 : 2 = 10 (մն. 1)	21 : 3 = 7	21 : 4 = 5 (մն. 1)
22 : 2 = 11	22 : 3 = 7 (մն. 1)	22 : 4 = 5 (մն. 2)
23 : 2 = 11 (մն. 1)	23 : 3 = 7 (մն. 2)	23 : 4 = 5 (մն. 3)

Յուրաքանչյուր դեպքի համար աշակերտները համեմատելով
բաժանարարը և մնացորդը, տեսնում են, որ 2–ի վրա բաժանելիս
մնացորդը միշտ էլ հավասար է 1–ի, 3–ի վրա բաժանելիս մնացորդը
հավասար է կամ 1–ի, կամ 2–ի, 4–ի վրա բաժանելիս՝ կամ 1–ի, կամ
2–ի, կամ էլ 3–ի: Այս համեմատությունը կատարելուց հետո աշակերտ-
ները պետք է հանգեն այն եզրակացության, որ **եթե բաժանելիս
մնացորդ է ստացվում, ապա այն միշտ փոքր է բաժանարարից**:
Աշակերտները պետք է լավ հասկանան, թե ինչու չի կարող մնացոր-
դը մեծ լինել բաժանարարից: Հետագայում պետք է քննարկել այնպի-
սի օրինակների լուծումներ, որոնք հնարավորություն են տալիս հա-
մեմատելու առանց մնացորդի և մնացորդով բաժանման դեպքերը:
Այսպես, օրինակ՝ «Համեմատել զույգ օրինակները և լուծել՝

24 : 6
25 : 6»:

Լուծելով առաջին օրինակը՝ աշակերտները տեսնում են, որ 24–ը
բաժանվում է 6–ի առանց մնացորդի՝ 24 : 6 = 4:
Երկրորդ օրինակը համեմատելով առաջինի հետ՝ աշակերտնե-
րը տեսնում են, որ բաժանելին մեծացվել է մեկ միավորով՝ 25 – 24 = 1
և 25–ը առանց մնացորդի չի բաժանվում 6–ի: Նշանակում է, բաժան-
ման ժամանակ կստացվի մեկ մնացորդ.

25 : 6 = 4 (մն. 1)

Մնացորդով բաժանման ժամանակ յուրաքանչյուր աշակերտ
պետք է արագ կողմնորոշվի, թե քանորդում ինչ թիվ վերցնի: Որո-
շակի օրինակի միջոցով ցույց տանք, թե աշակերտներն ինչպիսի
բացատրություն պետք է տան մնացորդով բաժանման օրինակների
լուծման ժամանակ:
Ենթադրենք՝ պահանջվում է 27–ը բաժանել 5–ի: Այն ամենամեծ
թիվը, որը փոքր է 27–ից և առանց մնացորդի բաժանվում է 5–ի վրա՝
25–ն է: 27–ը բաժանելով 5–ի, քանորդում կստացվի 5 և կմնա մնա-
ցորդ՝ 2: Ուրեմն՝

27 : 5 = 5 (մն. 2):

Նպատակահարմար է աշակերտներին առաջադրել սխալ լուծ-
ված օրինակներ ու պահանջել, որ նրանք գտնեն սխալը: Օրինակ՝

$17 : 3 = 5$ (մն. 1):
$17 : 3 = 4$ (մն. 5):

Աշակերտները պետք է կարողանան ճիշտ մեկնաբանել թույլ տրված սխալները: Այսպես, օրինակ՝ երկրորդ դեպքում մնացորդն ստացվել է բաժանարարից մեծ, որովհետև 3-ի վրա բաժանել են 17-ին ոչ ամենամոտիկ ամենամեծ թիվը, որն առանց մնացորդի բաժանվում է 3-ի (դա 15 թիվն է):

Նպատակահարմար է նախ լուծել մնացորդով բաժանման վերաբերյալ այնպիսի խնդիրներ, որոնց պահանջին համապատասխանող գծագիր կամ նկար կարելի լինի պատկերել գրատախտակի վրա:

Օրինակ՝ գծիր 13 սմ երկարությամբ հատված և ցույց տուր, թե այդ հատվածը քանի անգամ է պարունակում 4 սմ-ը:

Աշակերտները, կատարելով համապատասխան աշխատանք, մեկնաբանում են, որ 4 սմ-ը տրված հատվածում պարունակվում է 3 անգամ և մնում է 1 սմ մնացորդ: Արվում է համապատասխան գրառում՝

$13 : 4 = 3$ (մն. 1):

«Արտաաղյուսակային բազմապատկում և բաժանում» թեմայի ուսուցման արդյունքում աշակերտները պետք է.

1. Անգիր հիշեն աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերը ու կարողանան հաշվումների ժամանակ արագ կերպով օգտվել դրանցից:
2. Կարողանան օգտվել բազմապատկման տեղափոխական հատկությունից:
3. Իմանան թիվը գումարով և գումարը թվով բազմապատկելու կանոնները ու դրանցից օգտվեն հաշվումների ժամանակ:
4. Իմանան բազմապատկման ու բաժանման գործողությունների միջև եղած կապը:
5. Լավ իմանան բազմապատկման ու բաժանման հատուկ դեպքերը:
6. Տիրապետեն երկնիշ թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու և միանիշ թվի վրա բաժանելու եղանակներին:
7. Կարողանան երկնիշ թիվը հեշտությամբ բաժանել երկնիշ թվի վրա:
8. Կարողանան օգտվել գործողությունների կատարման կարգի կանոնից և հաշվումները ճիշտ կատարեն:

§ 7. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍՏՈՒԳՄԱՆ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Տարրական դասարաններում մաթեմատիկայի ուսուցման ժամանակ աշակերտներին պետք է սովորեցնել ստուգել իրենց կատարած թվաբանական գործողության ճշտությունը. դա նրանց մոտ առաջ է բերում հավատ, ինքնավստահություն կատարած հաշվումների ճշտության նկատմամբ:

Գումարման ստուգումն ուսուցանելու համար պետք է կրկնել գումարման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի անվանումները: Այնուհետև աշակերտներին առաջադրել գումարման գործողությամբ լուծվող որևէ օրինակ.

$27 + 15 = 42$:

Ուսուցիչն առաջարկում է ստացած գումարից՝ 42-ից, նախ հանել առաջին գումարելին, իսկ հետո՝ երկրորդը: Ստացվում է հետևյալ գրառումը.

$42 - 27 = 15$:
$42 - 15 = 27$:

Ուսումնասիրելով ստացված արդյունքները՝ երեխաները տեսնում են, որ գումարից հանելով գումարելիներից որևէ մեկը՝ ստացվում է մյուս գումարելին: Քննարկելով այդպիսի մի քանի օրինակներ՝ ուսուցիչն ընդհանրացնում է դրանց լուծումները և տալիս գումարման գործողության ստուգման կանոնը.

Գումարման գործողությունն ստուգելու համար գումարից հանում են գումարելիներից որևէ մեկը, և եթե ստացվում է մյուս գումարելին, ապա լուծումը ճիշտ է:

Այնուհետև առաջադրվում է լուծել օրինակ և կատարել ստուգում.

$54 + 13 = 67$:

Ստուգում՝ $67 - 54 = 13$:

Երեխաներին պետք է ասել, որ ստուգման ժամանակ կարիք չկա գումարից հանել նախ մեկ, հետո՝ մյուս գումարելին, որ բավական է հանել գումարելիներից միայն մեկը:

Հանման գործողության ստուգումը ուսուցանելու համար նույնպես պետք է կրկնել այդ գործողության բաղադրիչների ու արդյունքի անվանումները՝ նվազելի, հանելի, տարբերություն: Ուսուցիչն աշակերտներին առաջադրում է լուծել հանման գործողությամբ որևէ օրինակ.

$48 - 23 = 25$:

Օրինակը լուծելուց հետո պահանջում է տարբերությանը գումարել հանելին.

$25 + 23 = 48$:

Կատարելով այդ պահանջը՝ երեխաները տեսնում են, որ ստացան նվազելին: Կատարելով նմանատիպ մի քանի վարժություններ՝ ուսուցիչն ընդհանրացնում է և ասում, որ **հանման գործողությունն ստուգելու համար տարբերությանը գումարում են հանելին: Եթե ստացվում է նվազելին, ապա հանումը ճիշտ է կատարված:** Աշակերտների ուշադրությունը պետք է դարձնել այն փաստի վրա, որ գումարման գործողությունը ստուգվում է հանման միջոցով, իսկ հանումը՝ գումարման:

Նույն դասի ընթացքում պետք է մեկնաբանել նաև հանման գործողության ստուգումը հանման միջոցով: Աշակերտներին առաջադրվում է լուծել հանման վերաբերյալ մի քանի օրինակներ և յուրաքանչյուր դեպքում նվազելիից հանել տարբերությունը: Այսպես, օրինակ՝

$37 - 24 = 13$	$37 - 13 = 24$
$55 - 21 = 34$	$55 - 34 = 21$
$69 - 34 = 35$	$69 - 35 = 34$

Ստացված արդյունքները աշակերտներին հուշում է, որ եթե նվազելիից հանում ենք տարբերությունը, ապա ստանում ենք հանելին:

Ընդհանրացնելով՝ ուսուցիչն աշակերտների ուշադրությունը հրավիրում է այն բանի վրա, որ **հանման գործողությունը կարելի է ստուգել նաև հանման միջոցով: Այդ նպատակով նվազելիից հանում ենք տարբերությունը, եթե ստացվում է հանելին, ապա լուծումը ճիշտ է:**

Աշակերտների գիտելիքներն ամրապնդելու նպատակով հանձնարարվում է լուծել հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

1. Կատարել հանում և ստուգել հանման միջոցով.

$74 - 24,\ 57 - 28,\ 38 - 14$:

2. Կատարել հանում և ստուգել գումարման միջոցով.

$47 - 23,\ 72 - 28,\ 64 - 31$:

Ընդհանրապես թվաբանական գործողությունների ստուգման ուսուցման սկզբնական շրջանում նպատակահարմար է գրել «ստուգում» բառը, իսկ հետագայում կարելի է ստուգումը գրել լուծված օրինակի տակ՝ առանց այդ բառը գրելու, իսկ որոշ դեպքերում էլ կատարել բանավոր: Այսպես՝

$37 - 13 = 24$, ստուգում՝ $37 - 24 = 13$:

Բազմապատկման և բաժանման գործողությունների տարբեր դեպքերի ուսուցման ժամանակ տրվում է նաև նրանց ստուգումը:

Բաժանման գործողության ստուգումը բազմապատկման միջոցով արդեն մեկնաբանված է համապատասխան էջում: Տարրական դասարաններում կարելի է աշակերտներին սովորեցնել, որ բաժանման գործողությունը հնարավոր է ստուգել նաև բաժանման միջոցով: Այդ նպատակով աշակերտներին առաջադրվում է լուծել բաժանման վերաբերյալ մի շարք օրինակներ և յուրաքանչյուրի կողքին գրել բաժանելին քանորդի վրա բաժանելու դեպքը.

$28 : 7 = 4$	$28 : 4 = 7$
$51 : 3 = 17$	$51 : 17 = 3$
$84 : 14 = 6$	$84 : 6 = 14$
$56 : 7 = 8$	$56 : 8 = 7$:

Ուսումնասիրելով ստացած արդյունքները՝ երեխաները պետք է եզրակացնեն (ուսուցչի օգնությամբ), որ բաժանելին քանորդի վրա բաժանելիս ստացվում է բաժանարարը:

Ընդհանրացնելով՝ ուսուցիչն ասում է, որ **բաժանման գործողությունը կարելի է ստուգել նաև բաժանման միջոցով: Այդ նպատակով բաժանելին բաժանում ենք ստացած քանորդի վրա, եթե ստացվում է բաժանարարը, ապա գործողությունը ճիշտ է կատարված:**

Սովորաբար աղյուսակային բազմապատկման ուսուցման ժամանակ աշակերտները բազմապատկումը ստուգում են գումարման միջոցով՝ ելնելով հենց բազմապատկման գործողության իմաստից: Ընդհանրապես, բազմապատկման ստուգման այդ եղանակն աշխատատար և զուր աշխատանք է: Ուստի աշակերտներին պետք է սովորեցնել, որ բազմապատկումն ստուգեն բաժանման միջոցով: Այդ նպատակով նրանց կարելի է առաջադրել բազմապատկման վերաբերյալ պարզ տեսքի որոշ հավասարումներ, որոնց լուծումը նրանք գիտեն: Այսպես՝

$x \cdot 3 = 6$	$4 \cdot x = 12$
$x = 6 : 3$	$x = 12 : 4$
$x = 2$	$x = 3$

Աշակերտները առաջադրված օրինակները լուծում են բանավոր և պարզաբանում, թե ինչպես են գտնում անհայտ արտադրիչը:

Այնուհետև աշակերտներին առաջադրվում է լուծել արտաաղյուսակային բազմապատկման օրինակներ.

$$15 \cdot 3 = 45,\quad 17 \cdot 3 = 51,\quad 24 \cdot 3 = 72 \text{ և այլն:}$$

Լուծված յուրաքանչյուր օրինակ մեկնաբանվում է: Ուսուցիչը հարցնում է, թե ինչպես կարելի է ստուգել ստացված արդյունքների ճշտությունը: Աշակերտները կարող են առաջարկել ստուգման տարբեր եղանակներ: Ուսուցիչն ընդհանրացնում է և ասում, որ **բազմապատկման գործողության ստուգման համար պետք է արտադրյալը բաժանել արտադրիչներից մեկի վրա, եթե ստացվում է մյուս արտադրիչը, ապա բազմապատկումը ճիշտ է կատարված:**

Աշակերտների ստացած գիտելիքներն ամրապնդելու նպատակով նույն դասի ընթացքում առաջադրվում են հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

1. Բազմապատկել և լուծումն ստուգել բաժանումով.
   $35 \cdot 2$, $24 \cdot 3$, $16 \cdot 4$, $15 \cdot 6$:
2. Բաժանել և լուծումն ստուգել բազմապատկումով.
   $42 : 7$, $52 : 4$, $72 : 6$, $90 : 3$:

ԳԼՈՒԽ ՉՈՐՐՈՐԴ

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ 1000-Ի ՍԱՀՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

§ 1. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ՀԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Հազարի սահմաններում գումարման և հանման գործողությունների ուսուցման **առաջին փուլը** սկսվում է թվարկության ուսուցման ժամանակ: Երեխաները, սովորելով հաշվել հարյուրյակներով, միաժամանակ սովորում են բանավոր կերպով հարյուրյակներին գումարել հարյուրյակներ ու հարյուրյակներից հանել հարյուրյակներ: Այսպես, օրինակ՝ իմանալով, որ 300–ը 3 հարյուրյակն է, աշակերտները 300+200 գումարի հաշվումը փոխարինում են 3 հարյուրյակ + 2 հարյուրյակ գումարի հաշվումով, որտեղ գումարվում են միանիշ թվերը: Հաշվելով 3 հարյուրյակ + 2 հարյուրյակ = 5 հարյուրյակ և իմանալով, որ 5 հարյուրյակը հենց 500–ն է, աշակերտները հաշվում են՝

$$300 + 200 = 500:$$

Նույն դատողությամբ կատարում են հանումը՝ 600 – 400. 6 հարյուրյակ – 4 հարյուրյակ = 2 հարյուրյակ: Ուրեմն՝

$$600 - 400 = 200:$$

Երկրորդ փուլում ուսուցվում են գումարման և հանման այն դեպքերը, երբ տասնյակները գումարվում են տասնյակներին ու տասնյակներից հանվում են տասնյակները: Այսպես՝ 430 + 20 տեսքի գումարը հաշվելու համար 430–ը պատկերացվում է որպես կլոր հարյուրյակների ու տասնյակների գումար, այնուհետև կիրառվում է գումարին թիվ ավելացնելու օրենքը.

$$430 + 20 = (400 + 30) + 20 = 400 + (30 + 20) = 400 + 50 = 450:$$

Ուրիշ օրինակ՝

$$520 + 240 = (500 + 20) + (200 + 40) = (500 + 200) + (20 + 40) = 700 + 60 = 760:$$

Կարելի է նաև.

$$\begin{array}{c} 430 + 20 \\ 400 \quad 30 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 520 + 240 \\ 500 \quad 20 \quad 200 \quad 40 \end{array}$$

Այս դեպքում երեխաները կիրառում են գումարին գումար ավելացնելու օրենքը և հաշվի են առնում, որ ավելի հեշտ է հարյուրյակներին ավելացնել հարյուրյակներ, իսկ տասնյակներին՝ տասնյակներ: Գումարման այս դեպքերի ուսուցումը երեխաները հեշտությամբ են յուրացնում, որովհետև գումարման արդյունքում կարգային միավորների փոխանցում չի կատարվում: Նույնը կարելի է ասել նաև հանման դեպքի մասին: Այսպես, օրինակ՝

$$540 - 30 = (500 + 40) - 30 = 500 + (40 - 30) = 500 + 10 = 510:$$

Այստեղ կիրառվեց գումարից թիվ հանելու օրենքը:

$$\begin{array}{c} 540 - 30 \\ 500 \quad 40 \end{array} \qquad (40 - 30) + 500 = 510:$$

Ուրիշ օրինակ՝

$$530 - 210 = (500 + 30) - (200 + 10) = (500 - 200) + (30 - 10) = 300 + 20 = 320:$$

Այս օրինակում նվազելին և հանելին կարգային գումարելիների գումարի տեսքով ներկայացնելուց հետո կիրառվեց գումարից գումար հանելու օրենքը՝ իմանալով, որ ավելի հեշտ է հարյուրյակներից հանել հարյուրյակները, իսկ տասնյակներից՝ տասնյակները:

Երրորդ փուլում ուսուցվում են գումարման և հանման այն դեպքերը, երբ տասնյակների գումարման արդյունքում ստացվում է հարյուրյակ, որն ավելացվում է հարյուրյակների թվին, իսկ հանման ժամանակ՝ նվազելին պատկերացվում է երկու գումարելիների գումարի տեսքով, որոնցից մեկը հավասար լինի հարյուրի: Այսպես, օրինակ՝

$$240 + 60 = (200 + 40) + 60 = 200 + (40 + 60) = 200 + 100 = 300$$

Այստեղ առաջին գումարելին պատկերացվեց կարգային գումարելիների գումարի տեսքով և կիրառվեց գումարին թիվ ավելացնելու օրենքը:

$$\begin{array}{c} 240 + 60 \\ 200 \quad 40 \end{array} \qquad 200 + (40 + 60) = 300:$$

Այժմ ենթադրենք՝ պահանջվում է հաշվել 340 – 60 տարբերությունը: Նախ 340-ը պետք է պատկերացնել երկու գումարելիների գումարի տեսքով: 340 = 240 + 100, իսկ հետո կիրառել գումարից թիվ հանելու օրենքը.

$$340 - 60 = (240 + 100) - 60 = 240 + (100 - 60) = 240 + 40 = 280:$$

Կարելի է նաև.

$$\begin{array}{c} 340 - 60 \\ 240 \quad 100 \end{array} \qquad (100 - 60) + 240 = 40 + 240 = 280$$

կամ՝

$$\begin{array}{c} 340 - 60 \\ 40 \quad 20 \end{array} \qquad 340 - (40 + 20) = 280:$$

Եթե պահանջվում է եռանիշ թվին ավելացնել եռանիշ թիվ, ապա կարելի է այդ թվերն արտահայտել տասնյակներով ու հետո կատարել գործողությունները: Այսպես, օրինակ՝ 540 + 300 դեպքում. 54 տասնյակ + 30 տասնյակ = 84 տասնյակ, հետևաբար՝

$$540 + 300 = 840:$$

Համանման ձևով կարելի է հաշվել 540 – 300 տարբերությունը. 54 տասնյակ – 30 տասնյակ = 24 տասնյակ, հետևաբար՝

$$540 - 300 = 240:$$

Չորրորդ փուլում պետք է քննարկել այնպիսի օրինակներ, որոնց լուծման համար երեխաները կարողանան օգտվել գումարին գումար ավելացնելու և գումարից գումար հանելու օրենքներից: Օրինակ՝

$$230 + 410 = (200 + 30) + (400 + 10) = (200 + 400) + (30 + 10) = 600 + 40 = 640:$$

$$340 - 210 = (300 + 40) - (200 + 10) = (300 - 200) + (40 - 10) = 100 + 30 = 130:$$

Բացառված չէ, որ այս տիպի օրինակների լուծման ժամանակ աշակերտներն օգտվեն թվին գումար ավելացնելու և թվից գումար հանելու օրենքներից: Օրինակ՝

$$430 + 210 = 430 + (200 + 10) = (430 + 200) + 10 = 630 + 10 = 640:$$

$$340 - 230 = 340 - (200 + 30) = (340 - 200) - 30 = 140 - 30 = (100 + 40) - 30 = 100 + (40 - 30) = 100 + 10 = 110:$$

Ուսուցման այս փուլում օրինակների միջոցով պետք է մեկնաբանել, որ եթե գումարման ժամանակ կարգային միավորների փոխանցում չի կատարվում, ապա ավելի հեշտ է կարգային միավորներն իրար գումարել: Օրինակ՝

$315 + 214 = (300 + 10 + 5) + (200 + 10 + 4) = (300 + 200) + (10 + 10) + (5 + 4) = 500 + 20 + 9 = 529$:

Հանման ժամանակ, եթե տեղի չի ունենում կարգային միավորների տրոհում, ապա հեշտ է կարգային միավորներից հանել կարգային միավորները: Օրինակ՝

$547 - 324 = (500 + 40 + 7) - (300 + 20 + 4) = (500 - 300) + (40 - 20) + (7 - 4) = 200 + 20 + 3 = 223$:

1000-ի սահմանում գումարման ու հանման գործողությունների բանավոր կատարման **5-րդ փուլում** աշակերտները պետք է սովորեն լուծել այնպիսի օրինակներ, որոնցում կատարվում է կարգային միավորների փոխանցում: Գումարման ժամանակ երկրորդ գումարելին պետք է պատկերացնել այնպիսի գումարելիների գումարի տեսքով, որոնցից մեկն ավելացնելով առաջին գումարելիին, ստանանք կլոր հարյուրյակներ, իսկ հանման ժամանակ՝ հանելին պատկերացնել երկու այնպիսի գումարելիների տեսքով, որ նվազելիից հանելով այդ գումարելիներից մեկը, արդյունքում մնան նվազելիի կլոր հարյուրյակները: Օրինակ՝

$380 + 60 = 380 + (20 + 40) = (380 + 20) + 40 = 400 + 40 = 440$:

$240 - 60 = 240 - (40 + 20) = (240 - 40) - 20 = 200 - 20 = 180$:

Այսպիսով, 1000-ի սահմանում երեխաները պետք է կարողանան բանավոր կերպով կատարել կլոր տասնյակների գումարումն ու հանումը: Հաշվի ենք առնում, որ 540, 750, 600, 210 տեսքի թվերը կարելի է արտահայտել կլոր տասնյակներով:

1000-ի սահմանում գումարման ու հանման գործողությունների ուսուցման հաջորդ՝ **6-րդ փուլում** հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել նրանց գրավոր ուսուցմանը:

Գիտենք, որ տարրական դասարաններում գումարման և հանման գործողությունների գրավոր ուսուցումն սկսվում է «Հարյուրյակ» համակենտրոնում: Նպատակահարմար ենք գտնում համառոտակի ներկայացնել գումարման ու հանման գործողությունների գրավոր ուսուցումը «Հազարյակ» համակենտրոնում:

§ 1.1. Գումարման ուսուցումը

1. Երբ կարգային միավորներն իրար գումարելիս՝ կարգային միավորների փոխանցումը տեղի չի ունենում: Օրինակ՝ 335 + 163 գումարը նախ պահանջվում է հաշվել բանավոր.

$325 + 163 = (300 + 20 + 5) + (100 + 60 + 3) = (300 + 100) + (20 + 60) + (5 + 3) = 488$:

Ուսուցիչն ասում է, որ այդ թվերի գումարը ավելի հեշտ է գտնել գրավոր հաշվումով: Նա մեկնաբանում է, թե այդ դեպքում գումարելիները ինչպես պետք է գրառել: Գրատախտակին և տետրերում կատարվում է հետևյալ գրառումը.

$$\begin{array}{r} 325 \\ +\,163 \\ \hline \end{array}$$

Ուսուցիչը մեկնաբանում է, որ 5 միավորին գումարելով 3 միավորը՝ ստանում ենք 8 միավոր, որը գրում ենք միավորների տակ: 2 տասնյակին գումարելով 6 տասնյակը, ստանում ենք 8 տասնյակ, որը գրում ենք տասնյակների տակ, իսկ 3 հարյուրյակին գումարելով 1 հարյուրյակը՝ ստանում ենք 4 հարյուրյակ, որն էլ գրում ենք հարյուրյակների տակ: Այսպիսով՝

$$\begin{array}{r} 325 \\ +\,163 \\ \hline 488 \end{array}$$

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել գումարման այն դեպքերի վրա, երբ եռանիշ թվերում որոշ կարգային միավորներ բացակայում են և կամ՝ եռանիշ թվին գումարվում է երկնիշ թիվ: Այսպես, օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 205 \\ +\,141 \\ \hline 346 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 305 \\ +\,120 \\ \hline 425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 432 \\ +\,44 \\ \hline 476 \end{array}$$

Հաճախ եռանիշ թվին երկնիշ թիվ գումարելիս աշակերտները թույլ են տալիս սխալ. նրանք երկնիշ թվի միավորները գրում են եռանիշ թվի տասնյակների տակ, իսկ տասնյակները՝ հարյուրյակների տակ: Օրինակ, այսպես՝

$$\begin{array}{r} 352 \\ +\,41 \\ \hline \end{array}$$

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել այդ տիպի օրինակների լուծմանը, որպեսզի կանխվի վերոհիշյալ սխալը:

2. Երբ միավորների գումարման արդյունքում ստացվում է երկնիշ թիվ, որի միավորները գրվում են միավորների տակ, իսկ տասնյակը ավելացվում է տասնյակներին: Այսպես՝

$$\begin{array}{r} 436 \\ +\,327 \\ \hline 763 \end{array}$$

6 միավորին գումարելով 7 միավոր՝ ստանում ենք 13 միավոր, որը հավասար է 1 տասնյակի և 3 միավորի: 3 միավորը գրում ենք միավորների տակ, իսկ 1 տասնյակը գումարում ենք տասնյակներին և այլն:

3. Երբ միավորների գումարը չի գերազանցում մեկ տասնյակը, իսկ տասնյակների գումարման արդյունքում ստացվում է մեկ հարյուրյակ և տասնյակներ. տասնյակները գրվում են տասնյակների տակ, իսկ 1 հարյուրյակը գումարվում է հարյուրյակներին: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 345 \\ +\,274 \\ \hline 619 \end{array}$$

4. Երբ թե՛ միավորների և թե՛ տասնյակների գումարման արդյունքում անհրաժեշտ է լինում կատարել կարգային միավորների փոխանցում: Օրինակ.

$$\begin{array}{r} 475 \\ +\,367 \\ \hline 842 \end{array}$$

5. Երբ անհրաժեշտ է լինում գտնել երեք և ավելի թվերի գումարը: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 413 \\ +241 \\ 137 \\ \hline 791 \end{array}$$

§ 1.2. Հանման ուսուցումը

1. Երբ նվազելիի կարգային միավորները մեծ են հանելիի համապատասխան կարգային միավորներից: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 745 \\ -\,324 \\ \hline 421 \end{array}$$

2. Երբ նվազելիի առաջին կարգի միավորների թիվը փոքր է հանելիի համապատասխան միավորների թվից: Այդ դեպքում պետք է մանրամասն բացատրել հանման տեխնիկան: Այսպես, օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 5\dot{7}4 \\ -\,257 \\ \hline 317 \end{array}$$

Մեկնաբանվում է, որ 4 միավորից 7 միավոր հանել հնարավոր չէ: Այդ պատճառով էլ 7 տասնյակից մեկ տասնյակը վերցնում ենք, որ ավելացնում ենք միավորների թվին: Որը հավասար է 10 միավորի և պետք չմոռանանք, որ 7 տասնյակից մեկը վերցրել ենք, 7-ի վերևում դնում ենք կետ կամ գծիկ: 10 միավորին ավելացնելով 4՝ ստանում ենք 14 միավոր, որից հանելով 7 միավորը՝ ստանում ենք 7 միավոր, որը գրում ենք միավորների տակ: Մնացած 6 տասնյակից հանելով 5 տասնյակը՝ ստանում ենք 1 տասնյակ, որը գրում ենք տասնյակների տակ: 5 հարյուրյակից հանելով 2 հարյուրյակ, ստանում ենք 3 հարյուրյակ, որը գրում ենք հարյուրակների տակ:

Պետք է քննարկել նաև օրինակներ, որոնցում նվազելիի առաջին կարգի միավորները բացակայում են: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} \dot{4}30 \\ -\,127 \\ \hline 303 \end{array}$$

3. Երբ նվազելիի երկրորդ կարգի միավորների թիվը փոքր է հանելիի համապատասխան կարգի միավորների թվից: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} \dot{5}47 \\ -\,264 \\ \hline 283 \end{array}$$

Այս տիպի օրինակների լուծումը պետք է կատարվի մեկնաբանությամբ: Կարևոր է, որ երեխաները գիտակցեն, հասկանան, որ մեկ հարյուրյակը 10 տասնյակն է: Տվյալ օրինակում 5 հարյուրյակից 1 հարյուրյակը վերցվում է, որը կազմում է 10 տասնյակ և ավելացվում է 4 տասնյակին: Ստացվում է 14 տասնյակ, որից հանելով 6 տասնյակը մնում է 8 տասնյակ, որը գրում ենք տասնյակների տակ: Մնացած 4 հարյուրյակից հանում ենք 2 հարյուրյակը և ստանում 2 հարյուրյակ, որն էլ գրում ենք հարյուրյակների տակ:

4. Երբ նվազելիի թե՛ առաջին և թե՛ երկրորդ կարգի միավորների թվերը փոքր են հանելիի համապատասխան կարգերի միավորների թվերից: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 746 \\ -\,357 \\ \hline 389 \end{array}$$

Բոլոր դեպքերում էլ ուսուցման սկզբնական շրջանում թե՛ ուսուցչի և թե՛ աշակերտների կողմից օրինակների լուծումն ուղեկցվում է մանրամասն մեկնաբանություններով, որոնք հետագայում աստիճանաբար պակասում են:

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել հանման այն դեպքերի վրա, երբ որևէ կարգի կամ կարգերի միավորները բացակայում են: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 700 \\ -\,427 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 605 \\ -\,427 \\ \hline \end{array}$$

Հիշենք, որ գումարման և հանման գործողություններն առանձին-առանձին չեն ուսուցվում: Ուստի մեր նշած հաջորդականությունը յուրացվում է այդ գործողությունների համատեղ ուսուցման ընթացքում:

1000-ի սահմանում գումարման և հանման գործողությունների կատարման տեխնիկայից աշակերտների ստացած գիտելիքները ամրապնդելու նպատակով պետք է լուծել հետևյալ բովանդակությամբ օրինակներ, վարժություններ.

ա) Լուծել օրինակներ գումարման վերաբերյալ և ստուգումը կատարել հանման միջոցով:

բ) Լուծել օրինակներ հանման վերաբերյալ և ստուգումը կատարել գումարման միջոցով:

գ) Քննարկել այնպիսի օրինակների լուծումներ, որոնցում որոշ կարգային միավորների փոխարեն դրված են կետեր և պահանջվում է, որ աշակերտներն իմանան, թե ինչի են հավասար բաց թողնված կարգային միավորները: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 252 \\ -\,18\,. \\ \hline ..\,4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 625 \\ -\,1\,..\, \\ \hline .\,23 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43\,. \\ +\,1\,.\,5 \\ \hline 562 \end{array}$$

Այս տիպի օրինակների լուծումը աշակերտների մեջ մեծ հետաքրքրություն է առաջացնում մաթեմատիկայի նկատմամբ:

§ 2. ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՎ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Ուսուցումը պետք է սկսել զրոյով վերջացող թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու և միանիշ թվի վրա բաժանելու դեպքերից, քանի որ նրանք հանգեցվում են աղյուսակային բազմապատկման և բաժանման դեպքերի, որոնք աշակերտներն արդեն գիտեն: Այսպես, օրինակ՝

$$\frac{70 \cdot 4}{7\,\text{տասն.} \cdot 4 = 28\,\text{տասն.}} \qquad \frac{240 \cdot 3}{24\,\text{տասն.} \cdot 3 = 72\,\text{տասն.}}$$

$$70 \cdot 4 = 280 \qquad 240 \cdot 3 = 720$$

$$\frac{60 : 2}{6\,\text{տասն.} : 2 = 3\,\text{տասն.}} \qquad \frac{320 : 8}{32\,\text{տասն.} : 8 = 4\,\text{տասն.}}$$

$$60 : 2 = 30 \qquad 320 : 8 = 40$$

$$\frac{200 \cdot 3}{2\,\text{հարյ.} \cdot 3 = 6\,\text{հարյ.}} \qquad \frac{800 : 4}{8\,\text{հարյ.} : 4 = 2\,\text{հարյ.}}$$

$$200 \cdot 3 = 600 \qquad 800 : 4 = 200$$

Բազմապատկումը 10-ով, 100-ով և բաժանումը 10-ի ու 100-ի վրա կարելի է մեկնաբանել հետևյալ կերպ. եթե 1-ը բազմապատկենք 10-ով՝ կստանանք 10 միավոր, 2-ը բազմապատկենք 10-ով՝ կստանանք 20 միավոր կամ 2 տասնյակ, 25-ը 10-ով բազմապատկելիս՝ 250 միավոր և այլն:

Քանի որ թիվը 10-ով բազմապատկելիս փաստորեն այդ թիվը մեծացնում ենք 10 անգամ, ուրեմն՝ թիվը 10-ով բազմապատկելիս բավական է այդ թվի աջից կցագրել մեկ զրո: Օրինակ՝

$$67 \cdot 10 = 670$$

$$38 \cdot 10 = 380 \text{ և այլն:}$$

Նման մեկնաբանություն է տրվում նաև թիվը 100-ով բազմապատկելու ժամանակ: Յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է յուրացնի, որ թիվը 100-ով բազմապատկելու համար բավական է գրել այդ թիվը և նրա աջից կցագրել երկու զրո:

10-ի և 100-ի վրա բաժանման դեպքերն ուսուցվում են՝ ելնելով բաժանման գործողության իմաստից: Այսպես, օրինակ՝ 740 : 10 վարժությունը լուծելու ժամանակ կարելի է առաջադրել հարց. 10-ը ո՞ր թվով պետք է բազմապատկել, որ ստացվի 740: Ելնելով բազմա-

պատկման և բաժանման գործողությունների միջև եղած կապից՝ աշակերտները գտնում են, որ քանորդը հավասար է 74-ի: Երեխաների ուշադրությունը պետք է դարձնել նրան, որ արդյունքում անտեսվեց 740 թվի վերջին զրոն և անել եզրակացություն. **Քանի որ թիվը 10-ի վրա բաժանելիս փաստորեն այդ թիվը փոքրացնում ենք 10 անգամ, ուրեմն զրոներով վերջացող թիվը 10-ի վրա բաժանելիս բավական է անտեսել բաժանելիի վերջին զրոն (աջից).**

Նման մեկնաբանություն կարելի է տալ զրոներով վերջացող թիվը 100-ի վրա բաժանելու դեպքերն ուսուցանելիս: Այսպես, օրինակ՝

$$600 : 100 = 6, \;\; 700 : 100 = 7, \;\; 900 : 100 = 9 \text{ և այլն:}$$

Յուրաքանչյուր աշակերտի համար պետք է պարզ լինի, որ զրոներով վերջացող թիվը 100-ի վրա բաժանելու համար բավական է անտեսել բաժանելիի վերջին երկու զրոն (աջից սկսած):

Այսպիսով, 1000-ի սահմանում թվաբանական գործողությունների ուսուցման արդյունքում աշակերտները պետք է կարողանան.

1. *Բանավոր կատարել զրոներով վերջացող թվերի գումարումն ու հանումը:*
2. *Բանավոր կատարել մեկ կամ երկու զրոներով վերջացող թվերի բազմապատկումը միանիշ թվով և նրանց բաժանումը միանիշ թվի վրա:*
3. *Գրավոր կատարել թվերի գումարումը և հանումը:*
4. *Կատարել թվաբանական գործողությունների ստուգումը:*
5. *Օգտվելով թվաբանական գործողությունների իմաստից և հատկություններից՝ համեմատել արտահայտությունները:*
6. *Օգտվելով թվաբանական գործողությունների բաղադրիչների և արդյունքի միջև եղած կապից՝ լուծել պարզ տեսքի հավասարումները:*

ԳԼՈՒԽ ՀԻՆԳԵՐՈՐԴ

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ «ԲԱԶՄԱՆԻՇ ԹՎԵՐ» ՀԱՄԱԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ

§ 1. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ՀԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

Գումարման և հանման գործողությունների գրավոր կատարման ալգորիթմներին (հաշվեկանոններին) աշակերտները ծանոթանում են «Հարյուրյակ» համակենտրոնում: Ուսուցիչը պետք է կարողանա այդ ալգորիթմները տարածել բազմանիշ թվերի վրա: Փորձը ցույց է տալիս, որ աշակերտները հեշտությամբ են ընկալում այդ անցումը, իսկ եթե որոշ դժվարություններ են առաջանում, ապա դա հիմնականում կապված է լինում գումարման ու հանման աղյուսակների և թվի կազմության լավ չիմանալու հետ, որոնք հեշտությամբ կարող են վերացվել, եթե ուսուցիչն աշակերտների հետ աշխատի հետևողականորեն: Նպատակահարմար է նախ լուծել 2–3 օրինակ՝ գումարման, և նույնքան էլ հանման վերաբերյալ՝ տալով մանրամասն մեկնաբանություններ: Այնուհետև անցնել քառանիշ, հնգանիշ, վեցանիշ թվերի գումարմանն ու հանմանը:

Լավ կլինի, որ տրվի որևէ օրինակի մանրամասն բացատրությունը.

$$\begin{array}{r@{\;=\;}l} 3246 & 3000 + 200 + 40 + 6 \\ +\,2332 & 2000 + 300 + 30 + 2 \\ \hline 5578 & 5000 + 500 + 70 + 8 = 5578 \end{array}$$

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել գումարման այն դեպքերի վրա, երբ պահանջվում է գրավոր կերպով գումարել երկուսից ավելի գումարելիներ, օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 7412 \\ +\,3219 \\ \hline 2167 \end{array}$$

Այդ տիպի մեկ-երկու օրինակների լուծումն ուսուցիչը կարող է մանրամասն մեկնաբանել և նույնը պահանջել աշակերտներից: Հետագայում այդ մեկնաբանությունները պետք է պակասեն, բայց յուրաքանչյուր աշակերտ ցանկացած ժամանակ պետք է կարողանա տալ մանրամասն բացատրություն:

Գումարումն ուսուցանելիս պետք է ուշադրություն դարձնել այն դեպքերի վրա, երբ պահանջվում է իրար գումարել մի քանի այնպիսի թվեր, որոնցից մի քանիսը կարելի է փոխարինել նրանց գումարով: Ենթադրենք՝ պահանջվում է հաշվել 136 + 254 + 64 + 146 գումարը: Օգտվելով գումարի զուգորդական և տեղափոխական հատկություններից՝ հաշվումները կատարվում են հետևյալ կերպ.

$$(136 + 64) + (254 + 146) = 200 + 400 = 600:$$

Հանումն ուսուցանելիս հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել այն դեպքերի վրա, երբ նվազելիի մեկ կամ մի քանի կարգի միավորներ բացակայում են: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} 4900 \\ -\,2784 \\ \hline \end{array}$$

Այս տիպի օրինակների լուծումը պետք է մեկնաբանվի մանրամասն: Ուսուցիչը բացատրում է, որ զրո միավորից 4 հանել հնարավոր չէ, ուստի պետք է նվազելիի տասնյակներից վերցնել մեկ տասնյակ ու տրոհել միավորների: Բայց տասնյակների թիվը ևս հավասար է զրոյի: Ուրեմն՝ պետք է հարյուրյակներից վերցնել մեկ հարյուրյակ, որը հավասար է 10 տասնյակի: 10 տասնյակին ավելացնում ենք տասնյակների թիվը՝ 0-ն և ստանում ենք 10 տասնյակ: 10 տասնյակից վերցնում ենք 1 տասնյակ, այսինքն՝ 10 միավոր և ավելացնում ենք միավորների թվին՝ 0-ին: Արդյունքում ստանում ենք 10 միավոր, որից էլ հանելով 4 միավորը՝ ստանում ենք 6 միավոր: Այն գրում ենք միավորների տակ: Մնացած 9 տասնյակից հանում ենք 8 տասնյակը՝ ստանում ենք 1 տասնյակ: Այն գրում ենք տասնյակների տակ: Մնացած 8 հարյուրյակից հանում ենք 7 հարյուրյակը և ստացված 1 հարյուրյակը գրում ենք հարյուրյակների տակ: 4 հազարյակից էլ հանելով 2 հազարյակը՝ ստացված 2 հազարյակը գրում ենք հազարյակների տակ: Վերջնականապես ստացվում է.

$$\begin{array}{r} 4\dot{9}\dot{0}0 \\ -\,2784 \\ \hline 2116 \end{array}$$

Բազմանիշ թվերի գումարումն ու հանումն ուսուցանելիս մեծ ուշադրություն պետք է դարձնել անվանական թվերի գումարմանն ու հանմանը: Եթե անվանական թիվը տրված է չափման միևնույն մեծության տարբեր միավորների միջոցով, ապա նրանց գումարումը և հանումը կարելի է կատարել երկու եղանակով.

ա) անվանական թվերը նախօրոք բերելով չափման նույն միավորի,

բ) առանց չափման նույն միավորի բերելու:

Օրինակ՝ գտնել գումարը.

2 կմ 425 մ + 3 կմ 265 մ:

ա) $\begin{array}{r} 2425 \\ +\,3265 \\ \hline 5690\ (մ) \end{array}$ բ) $\begin{array}{r} 2\ կմ\ 425\ մ \\ +\,3\ կմ\ 265\ մ \\ \hline 5\ կմ\ 690\ (մ) \end{array}$

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել ժամանակի չափման միավորներով արտահայտված անվանական թվերի գումարմանն ու հանմանը: Աշակերտները հաճախ թույլ են տալիս սխալ՝ հաշվի չառնելով, որ ժամանակի չափման միավորների միջև եղած կապն արտահայտվում է ոչ թե տասնորդական, այլ 60-ական համակարգում:

Ընդհանրապես բազմանիշ թվերի հետ թվաբանական գործողությունների ուսուցման ժամանակ պետք է երեխաներին սովորեցնել նաև միկրոհաշվիչներով այդ գործողությունների կատարման ալգորիթմները:

Մեր կարծիքով՝ միկրոհաշվիչներով գործողությունների կատարումը թափանցել է մարդկանց առօրյա գործունեություն, ուստի նպատակահարմար է սկսած տարրական դասարաններից՝ երեխաներին սովորեցնել դրանցից օգտվել: Չենք կասկածում, որ ապագայում թվաբանական գործողությունների ուսուցմանը նվիրված ժամերի քանակը զգալիորեն կկրճատվի:

Բազմանիշ թվերի գումարման և հանման ուսուցման արդյունքում յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է.

1. Կարողանա անթերի կատարել գումարման և հանման գործողությունները` միլիոնի սահմանում ցանկացած բազմանիշ թվերի հետ:
2. Իմանա գումարման և հանման գործողությունների միջև եղած կապն ու այն կիրառի հաշվումների ժամանակ:
3. Խնդիրներ լուծելիս ճիշտ ընտրի համապատասխան գործողությունները:
4. Հասկանա, որ կարելի է իրար գումարել ցանկացած թվով թվեր և ցանկացած հաջորդականությամբ:
5. Կարողանա գումարել և հանել չափման միևնույն մեծության ցանկացած միավորներով արտահայտված անվանական թվեր:
6. Կարողանա կատարել գումարման և հանման գործողությունների ստուգում:
7. Իմանա, թե ինչպես է փոփոխվում գումարը` գումարելիներից մեկի փոփոխման ժամանակ:
8. Իմանա, թե ինչպես է փոփոխվում երկու թվերի տարբերությունը նվազելիի կամ հանելիի փոփոխման ժամանակ:

§ 2. ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՎ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ

«Բազմանիշ թվեր» համակենտրոնում բազմապատկման և բաժանման գործողությունների ուսուցման համար պետք է տանել որոշ նախապատրաստական աշխատանք, որի ընթացքում անհրաժեշտ է կրկնել աղյուսակային գումարման և բազմապատկման դեպքերը, գումարը թվով և թիվը գումարով բազմապատկելու օրենքները, արտաաղյուսակային բազմապատկման և բաժանման դեպքերը, կլոր տասնյակները միանիշ թվով բազմապատկելը և այլն:

Նպատակահարմար է թեմայի ուսուցումն սկսել երկնիշ թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու դեպքերից: Այսպես, օրինակ` գտնել $67 \cdot 5$ արտահայտության արժեքը: 67–ը պատկերացնում ենք կարգային գումարելիների գումարի տեսքով` $67 = 60 + 7$: Այնուհետև $60 + 7$ գումարը բազմապատկում ենք 5–ով` $(60 + 7) \cdot 5 = 60 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 300 + 35 = 335$:

Այստեղ նախ օգտվում ենք գումարը թվով բազմապատկելու օրենքից: $60 \cdot 5$ արտահայտության արժեքը գտնում ենք որպես կլոր տասնյակների և միանիշ թվի արտադրյալ, իսկ $7 \cdot 5$–ը` աղյուսա-

կային բազմապատկման դեպք է: Այնուհետև մեկնաբանվում է այդ արտադրյալի գրավոր հաշվման ալգորիթմը:

Եթե աշակերտները դժվար են հասկանում հաշվումների գրավոր կատարման գրառումները, ապա կարելի է գրառել նաև միջանկյալ արդյունքները: Այսպես, օրինակ`

$$\begin{array}{r} \times\ 57 \\ 8 \\ \hline 56 \\ +\ 400 \\ \hline 456 \end{array}$$

7 միավորը բազմապատկելով 8 միավորով` ստանում ենք 56 միավոր, որը գրառում ենք որպես առաջին ոչ լրիվ արտադրյալ: Հետո 50–ը բազմապատկում ենք 8–ով և ստանում 400: Այն գրառում ենք 56–ի տակ այնպես, որ համապատասխան կարգային միավորները գրվեն իրար տակ: Ստացած արդյունքները` 56–ը և 400–ը, իրար գումարելով ստացվում է վերջնական արդյունքը` 456–ը:

Նույն օրինակի լուծումը պետք է կատարվի առանց միջանկյալ արդյունքները գրառելու`

$$\begin{array}{r} \times\ 57 \\ 8 \\ \hline 456 \end{array}$$

7 միավորը բազմապատկելով 8 միավորով` ստանում ենք 56 միավոր, որի 6 միավորը գրում ենք միավորների տակ, իսկ 5 տասնյակը` պահում մտքում: 5 տասնյակը բազմապատկելով 8 միավորով` ստանում ենք 40 տասնյակ, որին ավելացնելով մտքում պահած 5 տասնյակը` ստանում ենք 45 տասնյակ: 45 տասնյակը գրառելով 6 միավորից ձախ` ստանում ենք վերջնական արդյունքը` 456–ը:

Նման մեկնաբանություններ են տրվում, երբ եռանիշ թիվը բազմապատկվում է միանիշ թվով: Օրինակ`

$$\begin{array}{r} \times\ 154 \\ 6 \\ \hline 924 \end{array}$$

6 միավորը բազմապատկելով 4 միավորով` ստանում ենք 24 միավոր, 4 միավորը գրում ենք միավորների տակ, իսկ 2 տասնյակը պահում մտքում: 6 միավորը բազմապատկելով 5 տասնյակով` ստանում ենք 30 տասնյակ, որին ավելացնելով մտքում պահված 2 տասնյակը`

ստանում ենք 32 տասնյակ, որը հավասար է 3 հարյուրյակ և 2 տասնյակ: 2 տասնյակը գրում ենք տասնյակների տակ, իսկ 3 հարյուրյակը պահում մտքում: 6 միավորը բազմապատկում ենք 1 հարյուրյակով` ստանում ենք 6 հարյուրյակ, որին ավելացնելով մտքում պահած 3 հարյուրյակը` ստանում ենք 9 հարյուրյակ: Այն գրելով հարյուրյակների տակ` ստանում ենք վերջնական արդյունքը` 924–ը:

Ուսուցման սկզբնական շրջանում այդպիսի մանրամասն բացատրությունները պետք է պահանջել նաև աշակերտներից, սակայն հետագայում դրանք պետք է պակասեն, բայց չմոռացվեն. անհրաժեշտության դեպքում կարողանան մանրամասն մեկնաբանել:

Այնուհետև պետք է վերցնել քառանիշ, հնգանիշ թվեր ու բազմապատկել միանիշ թվով: Փորձը ցույց է տալիս, որ բազմապատկման այդ դեպքերը աշակերտները հեշտությամբ են յուրացնում, եթե նրանք լավ գիտեն երկնիշ, եռանիշ թվերը միանիշ թվով բազմապատկելու ալգորիթմը:

Բազմանիշ թվի բազմապատկումը միանիշ թվով և բաժանումը միանիշ թվի վրա ուսուցվում է համատեղ: Նպատակահարմար է բաժանման դեպքերի ուսուցումն սկսել եռանիշ թիվը միանիշ թվի վրա բաժանելու այն դեպքերից, երբ քանորդում ստացվում է եռանիշ թիվ: Այսպես, օրինակ` 624 : 4:

Նախ պետք է որոշել քանորդի թվանշանների թիվը, իսկ հետո փնտրման եղանակով գտնել դրանք:

$$\begin{array}{r|l} -\ 624 & 4 \\ \cline{2-2} 4 & 156 \\ \cline{1-1} -\ 22 & \\ 20 & \\ \cline{1-1} -\ 24 & \\ 24 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

624 թվում կա 6 հարյուրյակ, որը բաժանելով 4 միավորի` քանորդում կստացվի 1 հարյուրյակ: Նշանակում է քանորդում կստացվի եռանիշ թիվ: Որպեսզի իմանանք, թե քանի հարյուրյակն ենք բաժանել, քանորդում ստացված 1–ը (որը ցույց է տալիս հարյուրյակների թիվը) բազմապատկում ենք 4 միավորով ու ստացած արդյունքը գրում 6 հարյուրյակի տակ և կատարում հանում: Ստացվում է 2 հարյուրյակ, որը հավասար է 20 տասնյակի: Քսան տասնյակին ավելացնելով բաժանելիի 2 տասնյակը` ստանում ենք 22 տասնյակ, որը 4

միավորի վրա բաժանելուց քանորդում ստացվում է 5 տասնյակ: Այն բազմապատկելով 4–ով` ստացվում է 20 տասնյակ, որը գրվում է 22 տասնյակի տակ: Որպեսզի իմանանք, թե քանի տասնյակ է մնացել, մնացորդ 22–ից հանում ենք 20–ը և ստանում 2 տասնյակ: 2 տասնյակը դա 20 միավոր է, որին ավելացնելով բաժանելիի 4 միավորը, կստանանք 24 միավոր: Այն բաժանելով 4–ի` կստանանք 6 միավոր: Այսպիսով` 624 : 4 = 156:

Միայն այդ դեպքերից հետո պետք է քննարկել այնպիսի օրինակների լուծումները, երբ եռանիշ թիվը միանիշ թվի վրա բաժանելիս քանորդում ստացվում է երկնիշ թիվ: Օրինակ`

$$\begin{array}{r|l} -\ 376 & 4 \\ \cline{2-2} 36 & 94 \\ \cline{1-1} -\ 16 & \\ 16 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Երեք հարյուրյակը 4 միավորի վրա չի բաժանվում այնպես, որ քանորդում ստացվի հարյուրյակ: Նշանակում է քանորդում կստացվի երկնիշ թիվ: 4 միավորի վրա ենք բաժանում 37 տասնյակը: Քանորդում ստացվում է 9 տասնյակ: Այնուհետև մեկնաբանվում է այնպես, ինչպես նախորդ օրինակի լուծման ժամանակ:

Լուրջ ուշադրություն պետք է դարձնել բաժանման այն դեպքերի վրա, երբ քանորդի վերջում կամ մեջտեղում գոյանում է զրո: Օրինակ`

$$\begin{array}{r|l} -\ 1203 & 3 \\ \cline{2-2} 12 & 401 \\ \cline{1-1} -\ 3 & \\ 3 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Քանի որ 1 հազարյակը չի բաժանվում 3 միավորի այնպես, որ քանորդում ստացվի հազարյակ, ուստի 3–ի վրա պետք է բաժանել 12 հարյուրյակը: Նշանակում է քանորդում կստացվի եռանիշ թիվ: 12 հարյուրյակը բաժանելով 3 միավորի` քանորդում կստացվի 4 հարյուրյակ: Այն բազմապատկում ենք 3 միավորով, և արդյունքը գրում 12 հարյուրյակի տակ: 12 հարյուրյակից հանելով 12 հարյուրյակը` ստանում ենք 0 մնացորդ: Այժմ պետք է զրո տասնյակը բաժանենք 3 միավորի վրա: Կատարելով այդ` քանորդում կստանանք զրո: Այստեղ կարելի է տալ այլ մեկնաբանում. բաժանելիում տասնյակներ չկան, նշանակում է քանորդում նս չեն լինի, ուրեմն 4 հարյուրյակից հետո պետք է գրել զրո: Այնուհետև 3 միավորը բաժանելով 3 միավորի, ստացվում է 1: Այսպիսով, քանորդում ստանում ենք 401:

Պետք է քննարկել նաև հետևյալ տիպի օրինակներ.

$$
\begin{array}{r|l}
-1224 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{12} & 306 \\
-24 & \\
\underline{24} & \\
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
-1710 & 3 \\ \cline{2-2}
\underline{15} & 570 \\
-21 & \\
\underline{21} & \\
0 &
\end{array}
$$

Ուսուցման հաջորդ փուլում պետք է քննարկել բազմանիշ թվերի բազմապատկումը զրոներով վերջացող թվով և բաժանումը զրոներով վերջացող թվերի վրա: Այդ նպատակով պետք է ուսումնասիրել «Թվի բազմապատկումն արտադրյալով» և «Թվի բաժանումն արտադրյալի վրա» դեպքերը: Աշակերտների կողմից բազմապատկման և բաժանման այդ դեպքերի ուսումնասիրումը հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ յուրացնելու բազմապատկման դեպքերը, որովհետև այն հանգեցվում է բազմանիշ թիվը միանիշ թվով բազմապատկելու դեպքին: Օրինակ՝

$$423 \cdot 40 = 423 \cdot (4 \cdot 10) = (423 \cdot 4) \cdot 10 = 16920:$$

Աշակերտներն ավելի դժվար են յուրացնում թիվը արտադրյալի վրա բաժանելու օրենքը, որովհետև բազմապատկման գործողությունը կարծես թե «փոխարինվում է» բաժանման գործողությամբ: Այսպես՝

$$18 : (3 \cdot 2) = 18 : 6 = 3$$
$$18 : (3 \cdot 2) = (18 : 3) : 2 = 3$$
$$18 : (3 \cdot 2) = (18 : 2) : 3 = 3$$

Թիվը արտադրյալի վրա բաժանելու տարբեր եղանակները յուրացնելը պարտադիր է, սակայն հաշվումների ժամանակ աշակերտները պետք է օգտվեն ավելի հարմար եղանակից: Օրինակ՝

$$900 : (15 \cdot 3) = (900 : 15) : 3 = 60 : 3 = 20$$
$$120 : (4 \cdot 3) = 120 : 12 = 10$$ և այլն:

Այնուհետև պետք է քննարկել բազմանիշ թվի բաժանումը զրոյով վերջացող թվերի վրա: Այստեղ կարող է լինել երկու դեպք՝ բաժանում առանց մնացորդի և բաժանում մնացորդով: Օրինակ՝

$$270 : 30 = 270 : (10 \cdot 3) = (270 : 10) : 3 = 27 : 3 = 9,$$

$$12690 : 30 = 12690 : (10 \cdot 3) = (12690 : 10) : 3 = 423,$$
$$167 : 50 = 3 \text{ (մն. 17)}:$$

«Բազմանիշ թվերի բազմապատկումը երկնիշ թվով» դեպքերի ուսուցումը նպատակահարմար է սկսել երկնիշ թիվը երկնիշ թվով բազմապատկելու օրինակներից:

Երկնիշ թվի բազմապատկումը երկնիշ թվով նա կարելի է կատարել բանավոր կերպով՝ օգտվելով գումարը թվով կամ թիվը գումարով բազմապատկելու օրենքից: Օրինակ՝ 24 · 12 արտադրյալը նախ կարելի է հաշվել բանավոր, իսկ հետո՝ գրավոր.

$$24 \cdot 12 = (20 + 4) \cdot 12 = 20 \cdot 12 + 4 \cdot 12 = 240 + 48 = 288,$$

$$
\begin{array}{r}
\times\, 24 \\
\underline{12} \\
+\, 48 \\
\underline{24} \\
288
\end{array}
$$

2 միավորը բազմապատկում ենք 4 միավորով և ստանում 8 միավոր: Այն գրում ենք միավորների տակ: 2 միավորը բազմապատկելով 2 տասնյակով՝ ստանում ենք 4 տասնյակ: Այն գրում ենք տասնյակների տակ: Ստացվում է 48, որը առաջին ոչ լրիվ արտադրյալն է: Այժմ 1 տասնյակը բազմապատկում ենք 24–ով և ստանում 24 տասնյակ, որը գրում ենք տասնյակների տակ: 24 տասնյակը դա 240–ն է: Սակայն վերջին զրոն չենք գրառում, որովհետև միավորների թվին զրո ավելացնելիս արդյունքը մնում է նույնը: Գումարելով ստացած արդյունքները՝ կստանանք վերջնական պատասխանը՝ 288:

Երկնիշ թիվը երկնիշ թվով բազմապատկելու դեպքերի ուսուցումից հետո աշակերտները հեշտությամբ յուրացնում են բազմանիշ թիվը երկնիշ և եռանիշ թվերով բազմապատկելու դեպքերը: Օրինակ՝

$$324 \cdot 13 = (300 + 20 + 4) \cdot 13 = 300 \cdot 13 + 20 \cdot 13 + 4 \cdot 13 = 4212:$$

Աշակերտները օգտվում են թվի տասնորդական կազմությունից, գումարը թվով բազմապատկելու օրենքից: Բազմապատկումը գրավոր կատարելու ժամանակ աշակերտների ուշադրությունը պետք է հրավիրել այն փաստի վրա, որ երկրորդ ոչ լրիվ արտադրյալը միշտ էլ վերջանում է զրոյով, որը չի գրվում, որովհետև, միավորին զրո գումարելով, միշտ էլ ստացվում է նույն թիվը: Այսպես՝

$$\begin{array}{r} \times\ 324 \\ \underline{13} \\ +\ 972 \\ \underline{324\ } \\ 4212 \end{array}$$

$324 \cdot 13 = 324 \cdot (10 + 3) = 324 \cdot 10 + 324 \cdot 3 = 972 + 3240 = 4212$:

324 միավորը բազմապատկելով 1 տասնյակով՝ կստանանք 324 տասնյակ: Առաջին ոչ լրիվ արտադրյալի՝ 972-ի տակ գրում ենք 324 տասնյակը՝ 4-ը գրելով տասնյակների տակ:

Բազմանիշ թիվը եռանիշ թվով բազմապատկելու դեպքը ուսումնասիրելիս աշակերտները հեշտությամբ հասկանում են, որ ստացվում է երեք ոչ լրիվ արտադրյալ, որոնք իրար գումարելով՝ ստանում ենք վերջնական արդյունքը:

Հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել բազմապատկման այն դեպքերի վրա, երբ բազմապատկում ենք զրոյով վերջացող կամ երկրորդ կարգի միավորների բացակայումով թվերով: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r} \times\ 430 \\ \underline{32} \\ +\ 86 \\ \underline{129\ \ } \\ 13760 \end{array}$$

Որպեսզի 430-ը բազմապատկենք 32-ով, պետք է 43 տասնյակը բազմապատկել 32-ով: Արդյունքում կստացվի 1376 տասնյակ, որը միավորների վերածելու համար աջից պետք է կցագրենք զրո:

$$\begin{array}{r} \times\ 325 \\ \underline{203} \\ +\ 975 \\ \underline{650\ \ \ } \\ 65975 \end{array}$$

Որպեսզի 325-ը բազմապատկենք 203-ով, պետք է 325-ը բազմապատկենք 3-ով, հետո 325-ը բազմապատկենք 200-ով, և արդյունքները գումարենք: 325-ը բազմապատկելով 3-ով՝ ստանում ենք առաջին ոչ լրիվ արտադրյալը՝ 975 միավորը: 325-ը բազմապատկելով 200-ով՝

ստանում ենք երկրորդ ոչ լրիվ արտադրյալը՝ 650 հարյուրյակը կամ 65000 միավորը: Այդ արդյունքները գումարելով՝ ստանում ենք 65975:

Լուրջ ուշադրություն պետք է դարձնել բաղադրյալ անվանական թվերը երկնիշ թվով բազմապատկելու դեպքերին: Այդ տիպի բոլոր օրինակները լուծվում են մեկ եղանակով՝ նախօրոք բաղադրյալ անվանական թիվը բերվում է պարզ անվանական թվի ու կատարվում վերացական թվերի բազմապատկում: Այնուհետև ստացված արդյունքը նորից փոխարինվում է բաղադրյալ անվանական թվով: Օրինակ՝

6 մ 45 սմ · 23 = 148 մ 35 սմ

$$\begin{array}{r} \times\ 645 \\ \underline{23} \\ +\ 1935 \\ \underline{1290\ \ } \\ 14835 \end{array}$$ (սմ)

148 մ 35 սմ

Բազմանիշ թվերի բաժանման ուսուցումը կատարվում է բազմապատկման հետ համատեղ:

Երկնիշ թվերի վրա բաժանման դեպքերի ուսուցումը նպատակահարմար է սկսել այն դեպքերից, երբ երկնիշ թվի վրա բաժանվում է եռանիշ թիվ և քանորդում ստացվում է երկնիշ թիվ: Օրինակ՝ 768: 24:

Առաջին ոչ լրիվ բաժանելին 76 տասնյակն է: Ուրեմն քանորդում կստացվի երկնիշ թիվ: Փնտրման եղանակով գտնում ենք քանորդի առաջին նիշը՝ տասնյակների թիվը՝ 3-ը և այլն.

$$\begin{array}{r|l} -768 & 24 \\ \cline{2-2} \underline{72\ } & 32 \\ -48 & \\ \underline{48} & \\ 0 & \end{array}$$

Աշակերտներն ավելի հեշտ են յուրացնում եռանիշ թիվը երկնիշ թվի վրա բաժանելու այն դեպքերը, երբ քանորդում ստացվում է միանիշ թիվ: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r|l} -212 & 53 \\ \cline{2-2} \underline{212} & 4 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -378 & 63 \\ \cline{2-2} \underline{378} & 6 \\ 0 & \end{array}$$

Հետագայում պետք է քննարկել քառանիշ, հնգանիշ, վեցանիշ թվերի բաժանումը երկնիշ թվերի վրա: Մեկնաբանենք մեկ օրինակի լուծում.

$$\begin{array}{r|l} -38232 & 72 \\ \cline{2-2} \underline{360\ \ \ } & 531 \\ -223\ \ & \\ \underline{216\ \ } & \\ -72 & \\ \underline{72} & \\ 0 & \end{array}$$

Առաջին ոչ լրիվ բաժանելին 382 հարյուրյակն է: Նշանակում է՝ քանորդում կլինի եռանիշ թիվ: Քանորդի առաջին նիշը (հարյուրյակը) գտնելու համար պետք է փորձելով գտնել, թե 72-ը որ թվով բազմապատկենք, որպեսզի ստանանք 382 (հարյուրյակ) կամ նրանից փոքր, բայց նրան ամենամոտ թիվը:

Հաշվումները հեշտացնելու համար կարելի է 72-ը փոխարինել նրան մոտիկ կլոր թվով՝ 70-ով, իսկ 382 հարյուրյակը՝ 380 հարյուրյակով: Այնուհետև 380 հարյուրյակը բաժանել 70-ի (70 = 10,7), այսինքն՝ նախ բաժանել 10-ի և ապա ստացված արդյունքը՝ 7-ի: Այդպիսով կստանանք քանորդի առաջին նիշը՝ 5-ը, որը ցույց է տալիս հարյուրյակների քանակը: 5-ը բազմապատկելով 72-ով՝ ստանում ենք 360 հարյուրյակ: 382 հարյուրյակից հանելով 360 հարյուրյակ՝ մնացորդում ստացվում է 22 հարյուրյակ: 22 հարյուրյակը պարունակում է 220 տասնյակ: Երկրորդ ոչ լրիվ բաժանելին կլինի 223 տասնյակը: Այն բաժանելով 72-ի՝ քանորդում կստանանք 3 տասնյակ: Հետագա մեկնաբանություններն աշակերտների համար արդեն պարզ է:

Բազմանիշ թվի բաժանումը եռանիշ թվի վրա մեկնաբանվում է նույն մեթոդով, ինչ որ բազմանիշ թվի բաժանումը միանիշ թվի վրա:

Բաժանման դեպքերի ուսուցման ժամանակ հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել մնացորդով բաժանման դեպքերի վրա: Մնացորդով բաժանման դեպքերը պետք է ուսումնասիրվեն նաև կլոր տասնյակները երկնիշ, եռանիշ թվերի վրա բաժանելիս: Օրինակ՝

$$\begin{array}{r|l} -370 & 45 \\ \cline{2-2} \underline{360} & 8\ (\text{մն. } 10) \\ 10 & \end{array}$$

Թեմայի ուսուցման արդյունքում յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է.

1. Իմանա թիվն արտադրյալով բազմապատկելու և թիվն արտադրյալի վրա բաժանելու կանոնները ու կարողանա դրանցից օգտվել հաշվումների ժամանակ:
2. Իմանա զրոյով վերջացող թվերով բազմապատկման և նրանց վրա բաժանման ալգորիթմները:
3. Կարողանա գրավոր կատարել բազմանիշ թվերի բազմապատկումը միանիշ, երկնիշ, եռանիշ թվերով:
4. Կարողանա գրավոր կատարել բազմանիշ թվի բաժանումը միանիշ, երկնիշ, եռանիշ թվերի վրա:
5. Իմանա թիվը գումարով բազմապատկելու և գումարը թվի վրա բաժանելու կանոնները և կարողանա դրանցից օգտվել հաշվումների ժամանակ:
6. Կարողանա կատարել անվանական թվերի բազմապատկումը վերացական թվով:
7. Կարողանա անվանական թվերը բաժանել վերացական և անվանական թվերի վրա:
8. Կարողանա կատարել բազմապատկման և բաժանման գործողությունների ստուգում:

ԳԼՈՒԽ ՎԵՑԵՐՈՐԴ

ԿԱՊԵՐ ԵՎ ՓՈԽԿԱՊՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. ԿԱՊԵՐԸ ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ, ՆՐԱՆՑ ԲԱՂԱԴՐԻՉՆԵՐԻ ԵՎ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

Տարրական դասարաններում այս թեմայի ուսուցումը նպաստում է, որպեսզի աշակերտներն ավելի գիտակցաբար յուրացնեն.

ա) կապը գումարման ու հանման գործողությունների միջև,

բ) կապը բազմապատկման ու բաժանման գործողությունների միջև,

գ) թվաբանական գործողությունների անհայտ բաղադրիչը գտնելու կանոնները,

դ) թվաբանական գործողությունների ստուգման եղանակները:

Թվաբանական գործողությունների, նրանց բաղադրիչների և արդյունքների միջև գոյություն ունեցող կապերի ուսուցման համար նախ պետք է կրկնել, վերհիշել այդ գործողությունների բաղադրիչների և արդյունքների անվանումները:

§ 1.1. Կապը գումարելիների և գումարի միջև

Կապի մեկնաբանման համար նպատակահարմար է օգտվել հավաքապաստառից: Հավաքապաստառի վրա դնել 4 կարմիր և դրանից քիչ հեռու՝ 3 կանաչ գույնի շրջաններ: Աշակերտներին հարցնել, թե քանի շրջան է դրված հավաքապաստառի վրա: Աշակերտները հաշվում են և պատասխանում՝ 7 շրջան: Մեկնաբանվում է, որ շրջանների ընդհանուր թիվը կիմացվի, եթե 4–ին գումարենք 3՝ $4 + 3 = 7$:

Նշվում է, որ 4–ը առաջին գումարելին է, 3–ը՝ երկրորդ, իսկ 7–ը՝ գումարը: Այնուհետև ուսուցիչը վերցնում է կանաչ գույնի 3 շրջանները և աշակերտներին հարցնում, թե քանի շրջան մնաց հավաքապաստառի վրա: Աշակերտները պատասխանում են՝ 4–ը: Ուսուցիչը շարունակում է.

— Ընդամենը քանի՞ շրջան էր դրված հավաքապաստառի վրա (7–ը):

— Քանի՞ շրջան վերցրինք (3–ը):

— Քանի՞ շրջան մնաց հավաքապաստառի վրա (4–ը):

Մեկնաբանվում է, որ փաստորեն 7–ից հանեցինք 3 և ստացանք 4: Գրատախտակին գրվում է. $7 - 3 = 4$:

Նման մեկնաբանություններ կարելի է տալ, եթե հավաքապաստառից վերցվի 4 շրջանը: Կատարվում է գրառում.

$4 + 3 = 7$ $\quad$ $3 + 4 = 7$

$7 - 3 = 4$ $\quad$ $7 - 4 = 3$

Քննարկելով համանման մի քանի վարժություններ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե գումարից հանենք գումարելիներից մեկը, ապա կստանանք մյուս գումարելին:**

Շարունակելով աշխատանքը՝ աշակերտներին կարելի է առաջարկել հաշվելու 5 և 3 թվերի գումարը՝ $5 + 3 = 8$:

Հանձնարարվում է, որ նրանք, օգտվելով գրված օրինակից, կազմեն հանման վերաբերյալ երկու օրինակ.

$8 - 5 = 3$ $\quad$ $8 - 3 = 5$:

Ուսումնասիրվող թեմայի յուրացմանը կնպաստի նաև տեքստային խնդիրների լուծումը:

Խնդիր: **Ծառի երկու ճյուղին նստած է 9 ծիտ: Ճյուղերից մեկի վրա նստած է 6 ծիտ: Քանի՞ ծիտ է նստած մյուս ճյուղին:**

Մեկնաբանվում է, որ 9–ը երկու ճյուղի վրա նստած ծտերի ընդհանուր քանակն է (երկու ճյուղից յուրաքանչյուրին նստած ծտերի քանակներն արտահայտող թվերի գումարն է), իսկ 6–ը մեկ ճյուղի վրա նստած ծտերի քանակն է (գումարելիներից մեկն է), անհայտ է մյուս ճյուղին նստած ծտերի քանակը (մյուս գումարելին), որը գտնելու համար պետք է 9–ից հանել 6–ը.

Լուծում: 9 – 6 = 3 (ծիտ):

Պատասխան՝ 3 ծիտ:

Եթե անհայտ գումարելին նշանակենք x–ով, ապա կունենանք.

$$6 + x = 9:$$

Օգտվելով 9–ի կազմությունից ($9 = 6 + 3$)՝ աշակերտները կարող են ասել, որ $x = 3$, որը կարելի է ստանալ, եթե 9–ից հանենք 6–ը:

Քննարկելով համանման վարժություններ և տեքստային խնդիրներ՝ արվում է եզրակացություն. **անհայտ գումարելին գտնելու համար գումարից պետք է հանել հայտնի գումարելին:**

Այդպիսի վարժությունների և խնդիրների լուծումը հնարավորություն է տալիս աշակերտներին տեսնելու նաև գումարման ու հանման գործողությունների միջև գոյություն ունեցող կապը: Բացի այդ, մեկնաբանվում է, թե ինչպես կարելի է ստուգել գումարման գործողությունը. **եթե գումարից հանենք գումարելիներից մեկը և ստանանք մյուս գումարելին, ապա գումարման գործողությունը ճիշտ է կատարված:**

§ 1.2. Կապերը հանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև

§ 1.2.1. ՆՎԱԶԵԼԻԻ ԿԱՊԸ ՀԱՆԵԼԻԻ ԵՎ ՏԱՐԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏ

Նպատակահարմար է կապը մեկնաբանել՝ տեքստային խնդիրներ լուծելով:

Խնդիր: **Երբ Դավիթը մատիտների տուփից վերցրեց 2 մատիտ, այնտեղ մնաց 4 մատիտ: Քանի՞ մատիտ կար տուփում մինչև մատիտների վերցնելը:**

Պարզաբանվում է, որ անհայտ է նվազելին, հայտնի են հանելին ու տարբերությունը:

Առաջադրվում են հարցեր.

— Քանի՞ մատիտ է վերցրել Դավիթը (2):

— Քանի՞ մատիտ է մնացել տուփում (4):

— Ինչպե՞ս իմանանք, թե սկզբում քանի մատիտ է եղել տուփում (պետք է 4–ին գումարել 2–ը՝ $4 + 2 = 6$):

Եթե անհայտ նվազելին նշանակենք x–ով, ապա կարող ենք գրել.

$$x - 2 = 4:$$

Առաջադրվում է հարց.

— Ո՞ր թվից հանենք 2, որ ստանանք 4:

Իմանալով 6–ի կազմությունը և գումարելիների ու գումարի կապը՝ աշակերտները կպատասխանեն, որ այդ թիվը 6–ն է, և որ այն կարող ենք ստանալ, եթե 4–ին գումարենք 2: Այսպիսով. $x - 2 = 4$ հավասարումից կստանանք. $x = 4 + 2$, $x = 6$:

Խնդիր: **Լիլիթը շուկայից գնեց տանձ ու խնձոր: Երբ նա իր գնած 3 կգ խնձորը տվեց Լուսինեին, նրա մոտ մնաց գնած 5 կգ տանձը: Ընդամենը քանի՞ կիլոգրամ խնձոր ու տանձ էր գնել Լիլիթը:**

Կարելի է կազմել խնդրի լուծման գծապատկերը (մոդելը).

$\boxed{\text{? կգ խնձոր ու տանձ}} - \boxed{\text{3 կգ խնձոր}} = \boxed{\text{5 կգ տանձ}}$

Մեկնաբանվում է, որ խնդիրը լուծելու համար պետք է իմանալ, թե ինչն է անհայտ և ինչը՝ հայտնի:

Պարզվում է, որ անհայտ է նվազելին, հայտնի են հանելին (3) և տարբերությունը (5):

Եթե անհայտ նվազելին նշանակենք x–ով, ապա կունենանք.

$$x - 3 = 5:$$

Օգտվելով 8–ի կազմությունից՝ գտնում ենք, որ $x = 8$, ինչը կարելի է ստանալ, եթե 5–ին գումարենք 3: Ուրեմն՝

$$x = 5 + 3, \quad x = 8:$$

Քննարկելով համապատասխան վարժությունների ու խնդիրների լուծումները՝ ուսուցչի օգնությամբ արվում է եզրակացություն. **եթե տարբերությանը գումարենք հանելին, կստանանք նվազելին:**

Ամփոփելով կատարված աշխատանքները՝ ձևակերպվում է անհայտ նվազելին գտնելու կանոնը. **անհայտ նվազելին գտնելու համար պետք է տարբերությանը գումարել հանելին:**

§ 1.2.2. ՀԱՆԵԼԻԻ ԿԱՊԸ ՆՎԱԶԵԼԻԻ ԵՎ ՏԱՐԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏ

Նպատակահարմար է կապը մեկնաբանել՝ տեքստային խնդիրներ լուծելով:

Խնդիր: **Հարությունն ուներ 9 տետր: Երբ նա մի քանի տետր տվեց Դավթին, իր մոտ մնաց 5 տետր: Հարությունը քանի՞ տետր տվեց Դավթին:**

Խնդիրը վերլուծելիս պետք է առանձնակի նշել, որ հայտնի է նվազելին (9–ը) և մնացորդը՝ տարբերությունը (5–ը), պահանջվում է գտնել հանելին:

Իմանալով 9–ի կազմությունը՝ $9 = 5 + 4$, աշակերտները կարող են ասել, որ Հարությունը Դավթին տվել է 4 տետր (օգտվելով նաև անհայտ գումարելին գտնելու կանոնից):

Եթե անհայտ հանելին նշանակենք x–ով, ապա կունենանք. $9 - x = 5$: Սակայն կարելի է մեկնաբանել, որ եթե Դավթին տված տետրերի քանակին (x–ին) գումարենք Հարությունի մոտ մնացած տետրերի քանակը (5–ը), ապա կստանանք սկզբում Հարությունի մոտ եղած տետրերի քանակը.

$$x + 5 = 9:$$

Այստեղ անհայտ է գումարելին, որի գտնելու կանոնը աշակերտները գիտեն.

$$x = 9 - 5:$$

Քննարկելով համապատասխան խնդիրների և վարժությունների լուծումները՝ արվում են հետևյալ եզրակացությունները.

ա) Եթե նվազելիից հանենք տարբերությունը, կստանանք հանելին:

բ) Անհայտ հանելին գտնելու համար պետք է նվազելիից հանել տարբերությունը:

§ 1.3. Արտադրյալի և արտադրիչների փոխադարձ կապը

Հիմք ընդունելով աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերից աշակերտների ունեցած գիտելիքները՝ նպատակահարմար է այս կապը մեկնաբանել վարժությունների քննարկման միջոցով.

— Ո՞ր թիվը պետք է բազմապատկել 5–ով, որպեսզի ստացվի 15 (3–ը):

— 4–ը քանի՞ անգամ պետք է մեծացնել, որպեսզի ստացվի 24 (6 անգամ):

— $4 \cdot 7 = 28$ օրինակում պարունակվող թվերի օգնությամբ կազմել երկու օրինակ բաժանման վերաբերյալ.

$$28 : 4 = 7; \quad 28 : 7 = 4:$$

Անդրադառնալով $4 \cdot 7 = 28$ օրինակին, նշվում է, որ 4–ը առաջին արտադրիչն է, 7–ը՝ երկրորդը, իսկ 28–ը՝ արտադրյալը:

Վերլուծելով բաժանման վերաբերյալ գրված օրինակները՝ նշվում է, որ եթե արտադրյալը (28–ը) բաժանում ենք առաջին արտադրիչի (4–ի) վրա, ստանում ենք երկրորդ արտադրիչը (7–ը), իսկ եթե այն բաժանում ենք երկրորդ արտադրիչի վրա, ստանում ենք առաջին արտադրիչը:

Լուծելով և քննարկելով համանման վարժություններ՝ արվում է ընդհանրացում. **եթե երկու թվերի արտադրյալը բաժանենք արտադրիչներից մեկի վրա, կստանանք մյուս արտադրիչը:**

Անհայտ արտադրիչը գտնելու կանոնին հանգելու համար կարելի է քննարկել նաև հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

– Անհայտ թվի և 5-ի արտադրյալը հավասար է 30–ի: Ո՞րն է այդ թիվը:

– Եթե 3–ը բազմապատկեմ մտքումս պահած թվով, կստանամ 21: Ո՞ր թիվն եմ մտքումս պահել:

Եթե անհայտ թիվը նշանակենք x–ով, ապա առաջին դեպքում կունենանք. $x \cdot 5 = 30$, իսկ երկրորդ դեպքում՝ $3 \cdot x = 21$:

Գիտենալով արտադրյալի և արտադրիչների կապը՝ հեշտությամբ գտնում ենք անհայտ թիվը.

$$x \cdot 5 = 30 \qquad 3 \cdot x = 21$$
$$x = 30 : 5 \qquad x = 21 : 3$$
$$x = 6 \qquad x = 7:$$

Այսպիսով. **անհայտ արտադրիչը գտնելու համար պետք է արտադրյալը բաժանել հայտնի արտադրիչի վրա:**

Քննարկված օրինակների միջոցով աշակերտների ուշադրությունը պետք է հրավիրել բազմապատկման ու բաժանման գործողությունների միջև առկա կապի վրա, ցույց տալ, թե ինչպես կարելի է ստուգել բազմապատկման գործողությունը:

§ 1.4. Կապերը բաժանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև

§ 1.4.1. Բաժանելիի կապը քանորդի և բաժանարարի հետ

Կարելի է կազմակերպել հետևյալ բովանդակությամբ հարց ու պատասխան.

— Ո՞ր թիվը պետք է բաժանել 6–ի վրա, որպեսզի քանորդում ստացվի 4:

— Ո՞ր թիվը պետք է 5 անգամ փոքրացնել, որպեսզի ստացվի 6:

Մեկնաբանելով բերված վարժությունները՝ պետք է պարզել, որ երկու դեպքում էլ անհայտ է բաժանելին:

Իմանալով աղյուսակային բազմապատկման և համապատասխան բաժանման դեպքերը՝ տրվում են այդ հարցերի պատասխանները.

— Եթե 24–ը բաժանենք 6–ի, կստանանք 4 ($24 : 6 = 4$):

— Եթե 30–ը փոքրացնենք 5 անգամ (բաժանենք 5–ի), ապա կստանանք 6 ($30 : 5 = 6$):

Առաջին դեպքում ասվում է, որ 24–ը կստանանք, եթե 6–ը (բաժանարարը) բազմապատկենք քանորդով (4–ով), իսկ երկրորդ դեպքում 30–ը (բաժանելին) կստանանք, եթե տրված թվերը բազմապատկենք 6–ը (քանորդը) բազմապատկենք 5–ով (բաժանարարով):

Քննարկելով համանման այլ վարժություններ` ընդհանրացվում է կատարված աշխատանքը և արվում հետևություն. **եթե քանորդը բազմապատկենք բաժանարարով, կստանանք բաժանելին:**

Եթե անհայտ բաժանելին նշանակենք x–ով, ապա դիտարկված վարժությունների համար կունենանք.

$x : 6 = 4$ $\qquad$ $x : 5 = 6$

$x = 6 \cdot 4$ $\qquad$ $x = 6 \cdot 5$

$x = 24$ $\qquad$ $x = 30$:

Քննարկելով համանման այլ վարժություններ, արվում է եզրակացություն. **անհայտ բաժանելին գտնելու համար պետք է քանորդը բազմապատկել բաժանարարով:**

§ 1.4.2. Բաժանարարի կապը բաժանելիի և քանորդի հետ

Կարելի է քննարկել հետևյալ բովանդակությամբ վարժություններ.

— 36–ը քանի՞ անգամ պետք է փոքրացնել, որպեսզի ստացվի 9:
— 32–ը քանի՞ անգամ պետք է փոքրացնել, որպեսզի ստացվի 4:
— Եթե 24–ը բաժանեմ մտքումս պահած թվի վրա, կստանամ 6: Ո՞ր թիվն եմ մտքումս պահել:

Պարզվում է, որ բոլոր դեպքերում էլ անհայտ է բաժանարարը:

Աղյուսակային բազմապատկման ու համապատասխան բաժանման դեպքերի վերաբերյալ աշակերտների ունեցած գիտելիքների շնորհիվ պարզվում է, որ առաջադրված հարցերի պատասխանները համապատասխանաբար կլինեն` 4, 8, 4: Այդ պատասխանները կստանանք, եթե առաջին դեպքում 36–ը (բաժանելին) բաժանենք 9–ի (քանորդին)` $36 : 9 = 4$, երկրորդ դեպքում` $32 : 4 = 8$, երրորդ դեպքում` $24 : 6 = 4$:

Քննարկելով համանման այլ վարժություններ` արվում է եզրահանգում. **եթե բաժանելին բաժանենք քանորդի վրա, կստանանք բաժանարարը:**

Եթե անհայտ բաժանարարը նշանակենք x–ով, ապա դիտարկված վարժությունների համար կունենանք.

$36 : x = 9$ $\qquad$ $32 : x = 4$ $\qquad$ $24 : x = 6$

$x = 36 : 9$ $\qquad$ $x = 32 : 4$ $\qquad$ $x = 24 : 6$

$x = 4$ $\qquad$ $x = 8$ $\qquad$ $x = 4$

Ընդհանրացնելով` տրվում է կանոնը. **անհայտ բաժանարարը գտնելու համար պետք է բաժանելին բաժանել քանորդի վրա:**

Քննարկված վարժությունների հիման վրա մեկնաբանվում է բազմապատկման և բաժանման գործողությունների կապը: Բաժանման գործողության բաղադրիչների և արդյունքի միջև առկա կապերի ուսումնասիրությունը հնարավորություն է ստեղծում ուսուցանելու բաժանման գործողության ստուգումը` կատարելով բազմապատկման կամ բաժանման համապատասխան գործողությունը:

Եթե քանորդը բազմապատկում ենք բաժանարարով և ստանում ենք բաժանելին, ուրեմն բաժանման գործողությունը ճիշտ է կատարված: Օրինակ` $42 : 6 = 7$, ստուգում` $7 \cdot 6 = 42$:

Եթե բաժանելին բաժանում ենք քանորդին և ստանում ենք բաժանարարը, ուրեմն բաժանման գործողությունը ճիշտ է կատարված: Օրինակ` $35 : 7 = 5$, ստուգում` $35 : 5 = 7$:

§ 2. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ՝ ԿԱՊՎԱԾ ԲԱՂԱԴՐԻՉՆԵՐԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏ

Տարրական դասարաններում այս թեմայի ուսումնասիրումը նպաստում է կրտսեր դպրոցականների մոտ ֆունկցիոնալ կախվածության գաղափարի ձևավորման հիմքերը դնելուն:

Փաստորեն ուսուցումն սկսվում է առաջին դասարանում և շարունակվում է տարրական դպրոցի մյուս դասարաններում: Ուսուցումը տարվում է երկու փուլով: Առաջին փուլում տարվող աշխատանքների արդյունքում աշակերտները պետք է հասկանան, որ գործողության բաղադրիչի փոփոխությունը բերում է արդյունքի փոփոխության:

Երկրորդ փուլում ուսուցվում է թվաբանական գործողություններից յուրաքանչյուրի արդյունքի փոփոխությունը` կապված այս կամ այն բաղադրիչի փոփոխության հետ, պարզվում է, թե այդ փոփոխությունն ինչպիսի քանակական փոփոխության է ենթարկում արդյունքին:

§ 2.1. Գումարի փոփոխություն

§ 2.1.1. Գումարի փոփոխությունը` կապված գումարելիներից մեկի փոփոխության հետ

Որպես նախապատրաստական աշխատանք կարելի է քննարկել այնպիսի վարժություններ, որոնք հնարավոր է լուծել դիդակտիկ ճանապարհով: Այսպես, օրինակ` հավաքապաստառի շարքերից մեկում (գրպանիկներում) դնել 5 սպիտակ, մյուսում` 8 սև գույնի շրջաններ.

սպիտակ ○ ○ ○ ○ ○
սև ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Այնուհետև հարց ու պատասխանի միջոցով պարզել.

— Քանի՞ շրջան կա առաջին շարքում (5):
— Քանի՞ շրջան կա երկրորդ շարքում (8):
— Քանի՞ շրջան կա երկու շարքում (13):
— Ինչպե՞ս կփոխվի շրջանների թիվը, եթե առաջին շարքում ավելացնենք երկու շրջան (շրջանների ընդհանուր թիվը կմեծանա 2–ով):

Կատարվում են հետևյալ գրառումները.

$5 + 8 = 13$, $\qquad$ $5 + 2 = 7$, $\qquad$ $7 + 8 = 15$:

Այդպիսի աշխատանք կարելի է կատարել` դիտարկելով որևէ օրինակ.

$$6 + 7 = 13:$$

— Ինչպե՞ս կփոխվի այդ գումարը, եթե առաջին գումարելին թողնենք անփոփոխ, իսկ երկրորդ գումարելին մեծացնենք 5 միավորով:
— Գումարը` 13–ը, ևս կմեծանա 5 միավորով, կդառնա 18:

Փորձը ցույց է տալիս, որ գործողությունների բաղադրիչների փոփոխության հետևանքով արդյունքի փոփոխությունը աշակերտներն ավելի հեշտությամբ են յուրացնում, եթե քննարկվող վարժությունները ներկայացվում են աղյուսակների տեսքով: Այսպես.

Աղյուսակ 1

I գումարելի	9	11	13	15
II գումարելի	8	8	8	8
Գումար	17	19	21	23

Աղյուսակ 2

I գումարելի	6	6	6	6
II գումարելի	10	11	12	13
Գումար	16	17	18	19

Հարց ու պատասխանի միջոցով պարզել.

— Աղյուսակ 1–ում ո՞ր գումարելին է մնացել անփոփոխ (երկրորդը):
— Առաջին գումարելին ինչպե՞ս է փոփոխվել հաջորդաբար` ձախից աջ (առաջին գումարելին հաջորդաբար մեծացել է 2–ական միավորով):
— Ինչպե՞ս է փոփոխվել գումարը (հաջորդաբար մեծացել է 2–ական միավորով):
— 2–րդ աղյուսակում ո՞ր գումարելին է մնացել անփոփոխ (առաջին):
— Ինչպե՞ս է փոփոխվել երկրորդ գումարելին (հաջորդաբար մեծացել է 1–ական միավորով):
— Ի՞նչ փոփոխության է ենթարկվել գումարը (հաջորդաբար մեծացել է 1–ական միավորով):

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ` կատարվում է ընդհանրացում. **եթե գումարելիներից մեկը թողնենք անփոփոխ, իսկ մյուսը մեծացնենք մի քանի միավորով, ապա գումարը ևս կմեծանա նույնքան միավորով:**

Բերված աղյուսակների օգնությամբ կարելի է մեկնաբանել (շարժվելով աջից դեպի ձախ) գումարի փոփոխման այն դեպքերը, երբ գումարելիներից մեկը մնում է անփոփոխ, իսկ մյուսը փոքրանում է մի քանի միավորով: Սակայն նույն աղյուսակներից օգտվելն այնքան էլ նպատակահարմար չէ, քանի որ որոշ աշակերտներ ընկնում են շփոթության մեջ և դժվարությամբ են յուրացնում ուսումնասիրվող թեման: Այդ պատճառով էլ ցանկալի է քննարկել աղյուսակներով ներկայացված այլ օրինակներ.

Աղյուսակ 3

I գումարելի	15	14	13	12
II գումարելի	4	4	4	4
Գումար	19	18	17	16

Աղյուսակ 4

I գումարելի	5	5	5	5
II գումարելի	17	15	13	11
Գումար	22	20	18	16

— 3-րդ աղյուսակում ո՞ր գումարելին է մնացել անփոփոխ (երկրորդը):

— Առաջին գումարելին ինչպե՞ս է փոփոխվել հաջորդաբար՝ ձախից աջ (փոքրացել է 1-ական միավորով):

— Ինչպե՞ս է փոփոխվել գումարը (հաջորդաբար փոքրացել է 1-ական միավորով):

Նման հարց ու պատասխանով պարզաբանվում են նաև 4-րդ աղյուսակում կատարված փոփոխությունները:

Քննարկելով համանման մի քանի օրինակներ՝ ուսուցչի օգնությամբ արվում է ընդհանրացում. **եթե գումարելիներից մեկը թողնենք անփոփոխ, իսկ մյուսը փոքրացնենք մի քանի միավորով, ապա գումարը ևս կփոքրանա նույնքան միավորով:**

§ 2.1.2. Գումարի փոփոխությունը՝ կապված գումարելիների միաժամանակյա փոփոխության հետ

ա) Երկու գումարելիների միաժամանակյա մեծացումը կամ փոքրացումը մի քանի միավորով:

Քննարկման համար օգտվենք աղյուսակներից, որոնց փոփոխությունների պարզաբանման համար դիմենք հարց ու պատասխանի.

Աղյուսակ 5

I գումարելի	5	6	7	8
II գումարելի	8	9	10	11
Գումար	13	15	17	19

Աղյուսակ 6

I գումարելի	16	15	14	13
II գումարելի	9	8	7	6
Գումար	25	23	21	19

— 5-րդ աղյուսակում առաջին գումարելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, քանի՞ միավորով է մեծացել (1-ական միավորով):

— Իսկ ի՞նչ փոփոխության է ենթարկվել երկրորդ գումարելին (հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծացել է 1-ական միավորով):

— Ի՞նչ փոփոխության է ենթարկվել գումարը (գումարը համապատասխանաբար մեծացել է 2-ական միավորով):

— Ի՞նչ փոփոխության են ենթարկվել 6-րդ աղյուսակում բերված թե՛ առաջին և թե՛ երկրորդ գումարելիները (այդ գումարելիները հաջորդաբար՝ ձախից աջ, փոքրացել են 1-ական միավորով):

— Ինչպե՞ս է փոփոխվել գումարը (գումարը հաջորդաբար՝ ձախից աջ, փոքրացել է 2-ական միավորով):

Կատարելով համանման այլ վարժություններ՝ արվում է եզրակացություն.

1) **Եթե երկու գումարելիներից յուրաքանչյուրը մեծացնում ենք մի քանի միավորով, ապա գումարը մեծանում է այնքան միավորով, ինչքան միավորով մեծացել են երկու գումարելին միասին:**
2) **Եթե գումարելիներից յուրաքանչյուրը փոքրացնենք մի քանի միավորով, ապա գումարը կփոքրանա այնքան միավորով, ինչքան միավորով փոքրացել են գումարելիները միասին:**

բ) Գումարելիներից մեկի մեծացումը մի քանի միավորով և մյուսի փոքրացումը նույնքան միավորով:

Աղյուսակ 7

I գումարելի	7	9	11	13
II գումարելի	15	13	11	9
Գումար	22	22	22	22

Աղյուսակ 8

I գումարելի	10	8	6	4
II գումարելի	5	7	9	11
Գումար	15	15	15	15

Ուսումնասիրելով աղյուսակները՝ պարզվում է, որ 7-րդ աղյուսակում առաջին գումարելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծանում է 2-ական միավորով, իսկ այդ նույն ժամանակ երկրորդ գումարելին փոքրանում է նույնքան միավորով: 8-րդ աղյուսակում ընդհակառակը՝ առաջին գումարելին փոքրանում է և երկրորդ գումարելին մեծանում նույնքան միավորով: Երկու դեպքում էլ գումարը չի փոփոխվում, մնում է նույնը (աղ. 7-ում՝ 22, աղ. 8-ում՝ 15):

Քննարկելով համանման օրինակներ՝ արվում է ընդհանրացում. **եթե գումարելիներից մեկը մեծացնենք մի քանի միավորով, իսկ մյուսը փոքրացնենք նույնքան միավորով, ապա գումարը կմնա անփոփոխ:**

Գումարի փոփոխության դեպքերն ուսուցանելիս պետք է լուծել նաև տեքստային խնդիրներ.

1. Երկու տուփում կար 24 կգ կոնֆետ: Այդ տուփերից մեկից 4 կգ կոնֆետ լցրեցին մյուս տուփի մեջ: Քանի՞ կիլոգրամ կոնֆետ եղավ երկու տուփում:
2. Խանութում կար 6 արկղ խնձոր: Խանութն ստացավ ևս 8 արկղ խնձոր ու նույնքան արկղ խնձոր էլ վաճառվեց: Քանի՞ արկղ խնձոր մնաց խանութում:
3. Լուսինեն ուներ 8 տետր: Նրան 7 տետր նվիրեց Լիլիթը: Քանի՞ տետր ունեցավ Լուսինեն: Քանի՞ տետր կունենար Լուսինեն, եթե Լիլիթը նրան նվիրեր 9 տետր:
4. Խանութում կար 720 կգ ալյուր: Առաջին օրը վաճառվեց 220 կգ ալյուր, իսկ երկրորդ օրը՝ 300 կգ: Քանի՞ կիլոգրամ ալյուր մնաց խանութում: Քանի՞ կիլոգրամով պակասեց խանութում եղած ալյուրը:
5. Ավտոմեքենան առաջին օրն անցավ 180 կմ, երկրորդ օրը՝ 200 կմ: Քանի՞ կիլոմետր անցավ ավտոմեքենան երկու օրում: Քանի՞ կիլոմետր ճանապարհ կանցներ ավտոմեքենան, եթե առաջին օրն անցներ 220 կմ:

§ 2.2. Տարբերության փոփոխություն

§ 2.2.1. Տարբերության փոփոխությունը՝ կապված նվազելիի փոփոխության հետ

Պետք է քննարկել այնպիսի օրինակներ, որոնցում հանելին մնում է անփոփոխ, իսկ նվազելին հաջորդաբար մեծանում (փոքրանում) է մի քանի միավորով.

Աղյուսակ 9

Նվազելի	35	36	37	38
Հանելի	12	12	12	12
Տարբերություն	23	24	25	26

Աղյուսակ 10

Նվազելի	45	43	41	39
Հանելի	11	11	11	11
Տարբերություն	34	32	30	28

Ուսումնասիրելով 9-րդ աղյուսակում գրված օրինակները՝ պարզվում է, որ հանելին մնացել է անփոփոխ, իսկ նվազելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծացել է 1-ական միավորով: Տարբերությունը ևս հաջորդաբար մեծացել է 1-ական միավորով:

10-րդ աղյուսակից երևում է, որ հանելին մնացել է անփոփոխ, իսկ նվազելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, փոքրացել է 2-ական միավորով: Տարբերությունը ևս հաջորդաբար փոքրացել է 2-ական միավորով:

Քննարկելով համանման մի քանի օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե հանելին մնում է անփոփոխ, իսկ նվազելին մեծացվում (փոքրացվում) է մի քանի միավորով, ապա տարբերությունը ևս մեծանում (փոքրանում) է նույնքան միավորով:**

§ 2.2.2. Տարբերության փոփոխությունը՝ կապված հանելիի փոփոխության հետ

Քանի որ տարբերության փոփոխության այս դեպքը աշակերտներն ավելի դժվար են յուրացնում, ապա նպատակահարմար է նախ քննարկել այնպիսի տեքստային խնդիրների լուծումներ, որոնք պատկերավոր են և առնչվում են երեխաների առօրյայի հետ.

1. Դավիթն ու Լիլիթն ունեին հավասար քանակությամբ մատիտներ: Դավիթը Լուսինեին տվեց 3 մատիտ, իսկ Լիլիթը՝ 2 մատիտ: Ո՞ւմ մոտ շատ մատիտ մնաց՝ Դավթի՞, թե՞ Լիլիթի:
2. Դավթի պապն ուներ 300 դրամ, տատը՝ նույնքան, որքան պապը: Պապը Դավթի համար գնեց 100 դրամի խաղալիք, իսկ

տատը՝ 70 դրամի: Ո՞ւմ մոտ է շատ դրամ մնացել՝ Դավթի պապիկի՞, թե՞ տատիկի:

Այժմ քննարկենք աղյուսակներում բերված օրինակները.

Աղյուսակ 11

Նվազելի	54	54	54	54
Հանելի	13	15	17	19
Տարբերություն	41	39	37	35

Աղյուսակ 12

Նվազելի	42	42	42	42
Հանելի	18	15	12	9
Տարբերություն	24	27	30	33

— 11–րդ աղյուսակում ի՞նչն է մնացել անփոփոխ (նվազելին):

— Հանելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, քանի՞ միավորով է մեծացել (2–ական միավորով):

— Ինչպե՞ս է փոփոխվել տարբերությունը (հաջորդաբար փոքրացել է 2–ական միավորով):

— 12–րդ աղյուսակում ի՞նչն է մնացել անփոփոխ (նվազելին):

— Հանելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, քանի՞ միավորով է փոքրացել (3–ական միավորով):

— Ինչպե՞ս է փոփոխվել տարբերությունը (հաջորդաբար մեծացել է 3–ական միավորով):

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ և տեքստային խնդիրների լուծումներ՝ արվում է եզրակացություն.

1) **Եթե նվազելին մնում է անփոփոխ, իսկ հանելին մեծացնում ենք մի քանի միավորով, ապա տարբերությունը փոքրանում է նույնքան միավորով:**
2) **Եթե նվազելին մնում է անփոփոխ, իսկ հանելին փոքրացնում ենք մի քանի միավորով, ապա տարբերությունը մեծանում է նույնքան միավորով:**

§ 2.2.3. Տարբերության փոփոխությունը՝ կապված նվազելիի և հանելիի միաժամանակյա փոփոխության հետ

ա) Տարբերության փոփոխությունը, երբ նվազելին և հանելին միաժամանակյա մեծացվում են (փոքրացվում են) նույնքան միավորով:

Աղյուսակ 13

Նվազելի	34	36	38	40
Հանելի	12	14	16	18
Տարբերություն	22	22	22	22

Աղյուսակ 14

Նվազելի	27	25	23	21
Հանելի	13	11	9	7
Տարբերություն	14	14	14	14

Ուսումնասիրելով աղյուսակները, քննարկելով համանման այլ օրինակներ և տեքստային խնդիրների լուծումներ՝ արվում է եզրակացություն.

1) **Եթե նվազելին և հանելին միաժամանակյա մեծացնենք նույնքան միավորով, ապա տարբերությունը կմնա անփոփոխ:**
2) **Եթե նվազելին և հանելին միաժամանակյա փոքրացնենք նույնքան միավորով, ապա տարբերությունը կմնա անփոփոխ:**

բ) Տարբերության փոփոխությունը, երբ նվազելին ու հանելին փոփոխվում են այնպես, որ մեկը մեծացվում է մի քանի միավորով, մյուսը՝ փոքրացվում:

Աղյուսակ 15

Նվազելի	25	28	31	34
Հանելի	17	13	9	5
Տարբերություն	8	15	22	29

Աղյուսակ 16

Նվազելի	54	50	46	42
Հանելի	15	18	21	24
Տարբերություն	39	32	25	18

Ուսումնասիրելով 15–րդ աղյուսակը՝ պարզվում է, որ նվազելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծացել է 3–ական միավորով, իսկ հանելին՝ փոքրացել 4–ական միավորով: Համեմատելով համապատասխան տարբերությունները՝ պարզվում է, որ այն հաջորդաբար մեծացել է 7–ական միավորով (3 + 4 = 7):

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե նվազելին մեծացնենք մի քանի միավորով, իսկ հանելին փոքրացնենք մի քանի միավորով, ապա տարբերությունը կմեծանա այնքան միավորով, որքան միավորով փոփոխության են ենթարկվել նվազելին ու հանելին միասին վերցրած:**

Այսինքն՝ եթե ընդունենք, որ նվազելին մեծացել է a միավորով, իսկ հանելին փոքրացել է b միավորով, ապա, համաձայն ասվածի, տարբերությունը կմեծանա (a + b) միավորով:

Ուսումնասիրելով 16–րդ աղյուսակում բերված օրինակները՝ նկատում ենք, որ նվազելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, փոքրացել է 4–ական միավորով, իսկ հանելին՝ մեծացել 3–ական միավորով: Համեմատելով համապատասխան տարբերությունները՝ պարզվում է, որ այն հաջորդաբար փոքրացել է 7–ական միավորով (4 + 3 = 7):

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե նվազելին փոքրացնենք մի քանի միավորով, իսկ հանելին այդ նույն ժամանակ մեծացնենք մի քանի միավորով, ապա տարբերությունը կփոքրանա այնքան միավորով, որքան միավորով փոփոխվել են նվազելին ու հանելին միասին վերցրած:**

Այսինքն՝ եթե ընդունենք, որ նվազելին փոքրացել է m միավորով, իսկ հանելին մեծացել է k միավորով, ապա, համաձայն ասվածի, տարբերությունը կփոքրանա (m + k) միավորով:

§ 2.3. Արտադրյալի փոփոխությունը

§ 2.3.1. Արտադրյալի փոփոխությունը՝ կապված արտադրիչներից մեկի մի քանի անգամ մեծացման (փոքրացման) հետ

Արտադրյալի և արտադրիչների փոփոխության փոխկապվածությունը ևս նպատակահարմար է քննարկել՝ ուսումնասիրելով համապատասխան աղյուսակներում բերված օրինակները:

Աղյուսակ 17

I արտադրիչ	5	5	5	5
II արտադրիչ	2	4	8	16
Արտադրյալ	10	20	40	80

Աղյուսակ 18

I արտադրիչ	96	48	24	12
II արտադրիչ	2	2	2	2
Արտադրյալ	192	96	48	24

Ուսումնասիրելով աղյուսակներում բերվածը, ինչպես նաև քննարկելով համանման այլ օրինակներ՝ արվում է ընդհանուր եզրակացություն. **եթե արտադրիչներից որևէ մեկը թողնենք անփոփոխ, իսկ մյուսը մեծացնենք (փոքրացնենք) մի քանի անգամ, ապա արտադրյալը ևս կմեծանա (կփոքրանա) նույնքան անգամ:**

§ 2.3.2. Արտադրյալի փոփոխությունը՝ կապված արտադրիչների միաժամանակյա փոփոխության հետ

ա) Երկու արտադրիչն էլ մեծացվում են մի քանի անգամ:

Աղյուսակ 19

I արտադրիչ	3	6	12	24	48	96
II արտադրիչ	2	4	8	16	32	64
Արտադրյալ	6	24	96	384	1536	6144

— Ինչպես է փոփոխվում առաջին արտադրիչը (հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծանում է 2–ական անգամ):

— Ինչպես է փոփոխվում երկրորդ արտադրիչը (հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծանում է 2–ական անգամ):

— Ինչպես է փոփոխվում արտադրյալը:

Վերջին հարցին պատասխանելու համար պետք է պարզել, թե իրար հաջորդող արտադրյալներից յուրաքանչյուրը քանի անգամ է մեծ նախորդից (24 : 6 = 4, 96 : 24 = 4 և այլն): Պարզվում է, որ արտադրյալը հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծանում է 4 անգամ (2 · 2 = 4):

Մեկնաբանվում է, որ եթե առաջին արտադրիչը հաջորդաբար մեծանա 3 անգամ, իսկ երկրորդ արտադրիչը՝ 2 անգամ, ապա արտադրյալը հաջորդաբար կմեծանա 6 անգամ (3 · 2 = 6):

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ՝ ուսուցչի օգնությամբ հանգում են ընդհանուր եզրակացության. **եթե առաջին արտադրիչը մեծացնենք a անգամ, իսկ երկրորդ արտադրիչը՝ b անգամ, ապա արտադրյալը կմեծանա a · b անգամ:**

բ) Երկու արտադրիչն էլ փոքրացվում են մի քանի անգամ:

Աղյուսակ 20

I արտադրիչ	729	243	81	27	9	3
II արտադրիչ	128	64	32	16	8	4
Արտադրյալ	93312	15552	2592	432	72	12

Որպեսզի աշակերտները համոզվեն աղյուսակում գրված արտադրյալների ճշտության մեջ, պետք է կատարեն համապատասխան արտադրիչների բազմապատկում: Այնուհետև պարզվում է, որ առաջին արտադրիչն հաջորդաբար փոքրանում է 3–ական անգամ (729 : 243 = 3, 243 : 81 = 3, ...), իսկ երկրորդ արտադրիչը՝ 2–ական անգամ (128 : 64 = 2, 64 : 32 = 2, ...): Կատարելով համապատասխան արտադրյալների բաժանումը (2592 : 432 = 6, 432 : 72 = 6, 72 : 12= 6, իսկ առաջին և երկրորդ սյունակներում գրված արտադրյալները ստուգվում են բազմապատկման գործողությամբ՝ 2592 · 6 = 15552, 15552 · 6 = 93312)՝ պարզվում է, որ արտադրյալը հաջորդաբար՝ ձախից աջ, փոքրանում է 6–ական անգամ (3 · 2 = 6):

19–րդ աղյուսակում աջից ձախ ուղղությամբ դիտարկելիս նկատում ենք, որ երկու արտադրիչներն էլ հաջորդաբար՝ աջից ձախ, փոքրանում են 2–ական անգամ, իսկ արտադրյալը փոքրանում է 4–ական անգամ:

Ընդհանուր դեպքում կունենանք. **եթե արտադրիչներից մեկը փոքրացնենք m անգամ, մյուսը՝ k անգամ, ապա արտադրյալը կփոքրանա m · k անգամ:**

Երկու արտադրիչների միաժամանակյա մեծացումը (փոքրացումը) և դրա հետ կապված արտադրյալի փոփոխությունը դժվարամարս խնդիր է, ուստի այն կարելի է ծրագրային նյութ չդարձնել:

§ 2.4. Քանորդի փոփոխությունը

§ 2.4.1. Քանորդի փոփոխությունը՝ կապված բաժանելիի փոփոխության հետ

Քանորդի փոփոխության բոլոր դեպքերն էլ աշակերտները դժվարությամբ են յուրացնում: Այդ պատճառով նպատակահարմար է բաժանելիի փոփոխման դեպքերն անփոփոխ բաժանարարի դեպքում քննարկել ավելի մանրամասն՝ օրինակները ներկայացնելով աղյուսակների տեսքով:

Աղյուսակ 21

Բաժանելի	20	40	80	160
Բաժանարար	4	4	4	4
Քանորդ	5	10	20	40

Աղյուսակ 22

Բաժանելի	640	320	160	80
Բաժանարար	4	4	4	4
Քանորդ	160	80	40	20

Ուսումնասիրելով 21-րդ աղյուսակում բերված օրինակները՝ պարզվում է, որ անփոփոխ բաժանարարի դեպքում բաժանելին հաջորդաբար՝ ձախից աջ, մեծացել է 2-ական անգամ: Համեմատելով համապատասխան քանորդները՝ տեսնում ենք, որ այն ևս հաջորդաբար՝ 2-ական անգամ մեծացել է:

Կարելի է լուծել նաև տեքստային խնդիրներ.

1. Կարինեն 160 դրամով գնեց մի քանի տետր՝ յուրաքանչյուրի համար վճարելով 40 դրամ: Նույն արժողության քանի՞ տետր կարող էր գնել Կարինեն, եթե ծախսեր 2 անգամ ավելի դրամ:

2. Ուսուցչուհին 12 տետրը հավասարապես բաժանեց 2 աշակերտի: Քանի՞ տետր կստանար աշակերտներից յուրաքանչյուրը, եթե ուսուցչուհին հավասարապես բաժաներ 24 տետր:

Լուծելով համանման խնդիրներ և օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե բաժանելին մեծացնենք մի քանի անգամ, անփոփոխ թողնելով բաժանարարը, ապա քանորդը կմեծանա նույնքան անգամ:**

Ուսումնասիրելով 22-րդ աղյուսակը՝ ձախից աջ, և 21-րդը՝ աջից ձախ հաջորդականությամբ, քննարկելով և լուծելով համանման այլ օրինակներ ու տեքստային խնդիրներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե բաժանելին փոքրացնենք մի քանի անգամ, անփոփոխ թողնելով բաժանարարը, ապա քանորդը կփոքրանա նույնքան անգամ:**

§ 2.4.2. Քանորդի փոփոխությունը՝ կապված բաժանարարի փոփոխության հետ

Օրինակների լուծումները ներկայացվում են աղյուսակների տեսքով:

Աղյուսակ 23

Բաժանելի	720	720	720	720
Բաժանարար	2	4	8	16
Քանորդ	360	180	90	45

Աղյուսակ 24

Բաժանելի	96	96	96	96
Բաժանարար	24	12	6	3
Քանորդ	4	8	16	32

Ուսումնասիրելով 23 և 24 աղյուսակներում բերված օրինակները և դրանց լուծումները ձախից աջ և աջից ձախ հաջորդականությամբ, ընդհանրացնելով՝ արվում է եզրակացություն. **եթե բաժանարարը մեծացնենք (փոքրացնենք) մի քանի անգամ, անփոփոխ թողնելով բաժանելին, ապա քանորդը համապատասխանաբար կփոքրանա (կմեծանա) նույնքան անգամ:**

§ 2.4.3. Քանորդի փոփոխությունը՝ կապված բաժանելիի և բաժանարարի միաժամանակյա փոփոխության հետ

Քննարկենք օրինակներ, երբ բաժանելին և բաժանարարը միաժամանակ մեծանում են (փոքրանում են) նույն պատիկությամբ (նույնքան թիվ անգամ)՝ դիտարկելով օրինակներ տարբեր պատիկությունների համար (25 և 26 աղյուսակների յուրաքանչյուր սյունակ բերված է որևէ մի պատիկության համար):

Աղյուսակ 25

Բաժանելի	8	24	40	80
Բաժանարար	4	12	20	40
Քանորդ	2	2	2	2

Աղյուսակ 26

Բաժանելի	800	200	160	80
Բաժանարար	200	50	40	20
Քանորդ	4	4	4	4

Ուսումնասիրելով 25-րդ աղյուսակում բերված օրինակները և լուծումները՝ պարզվում է, որ առաջին բաժանելին՝ առաջին սյունակի 8-ը, երկրորդ սյունակի օրինակում մեծացել է 3 անգամ, երրորդ սյունակում՝ 5 անգամ, չորրորդում՝ 10 անգամ: Բաժանարարը՝ առաջին սյունակի 4-ը ևս, համապատասխանաբար մեծացել է 3, 5 և 10 անգամ: Քանորդը մնացել է անփոփոխ:

Քննարկելով համանման այլ օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե բաժանելին և բաժանարարը միաժամանակ մեծացնենք նույն պատիկությամբ (նույնքան անգամ), ապա քանորդը կմնա անփոփոխ:**

Քննարկելով 26-րդ աղյուսակում բերված օրինակները և լուծելով համանման այլ օրինակներ՝ արվում է եզրակացություն. **եթե բաժանելին և բաժանարարը միաժամանակ փոքրացնենք նույն պատիկությամբ (նույնքան անգամ), ապա քանորդը կմնա անփոփոխ:**

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах. Под редакцией **М. И. Моро, А. М. Пышкало**, М., Просвещение, 1977.
2. **Бантова М. А., Бельтюкова Г. В., Полевщикова А. М.**, Методика преподавания математики в начальных классах, М., Просвещение, 1984.
3. **Моро М. И., Пышкало А. М.**, Методика обучения математики в 1–3 классах, М., Просвещение, 1977.
4. Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах. Под ред. **Н. Б. Истоминой**, М., 1996.
5. **Իսկանդարյան Ս. Ա.**, Ալգորիթմական նախագիտելիքների ուսուցումը տարրական դասարաններում, Երևան, 1983:
6. **Իսկանդարյան Ս. Ա., Իսկանդարյան Ս. Ս.**, Տարրական դասարաններում տեքստային խնդիրների ուսուցումը, Եր., «Զանգակ–97», 2008:
7. **Իսկանդարյան Ս. Ա., Իսկանդարյան Ս. Ս.**, Կրտսեր դպրոցում մեծությունների ուսուցման տեխնոլոգիան, Եր., «Զանգակ–97», 2009:
8. Տարրական դասարաններում գործող մաթեմատիկայի ծրագրերը և դասագրքերը: